

## KARAKTERISTIK REPRESENTASI VISUAL, VERBAL, DAN SIMBOLIS MATEMATIS MAHASISWA CALON GURU SEKOLAH DASAR

Musrikah<sup>1\*</sup>, Dewi Asmarani<sup>2</sup>, Agus Imam Handoko<sup>3</sup>

<sup>1\*,2</sup> Universitas Islam Negeri Sayyid Ali Rahmatullah, Tulungagung, Indonesia

<sup>3</sup> Madrasah Tsanawiyah Negeri 6 Tulungagung

\*Corresponding author. Jalan Mayor Sujadi No 46, 66229, Tulungagung, Indonesia

E-mail: [musrikahstainta@gmail.com](mailto:musrikahstainta@gmail.com)<sup>1)</sup>  
[dewiasmarani.iain@gmail.com](mailto:dewiasmarani.iain@gmail.com)<sup>2)</sup>  
[agushandoko001@gmail.com](mailto:agushandoko001@gmail.com)<sup>3)</sup>

Received 13 December 2022; Received in revised form 08 June 2023; Accepted 15 September 2023

### Abstrak

Representasi merupakan bagian penting dalam proses matematis yang tidak dapat dipisahkan dari proses yang lain, sebab representasi dapat menjadi penghubung antara ide yang dimiliki seseorang dengan pengomunikasian ide tersebut. Representasi matematis pada mahasiswa cenderung lebih beragam sehingga perlu dilacak tipe dan proses konstruksinya dalam penelitian ini. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengeksplorasi representasi matematis mahasiswa dalam memecahkan masalah perkalian pecahan. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif eksploratif yang melibatkan 98 mahasiswa sebagai partisipan dan dipilih 3 mahasiswa sebagai subjek penelitian. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan benar. Adapun tipe representasi matematis dari jawaban benar yang dihasilkan ada tiga yaitu: (1) tipe representasi visual, (2) tipe representasi verbal, (3) tipe representasi simbolik. Banyaknya mahasiswa setiap tipe, urutan dari yang terbanyak adalah representasi visual, simbolik, dan verbal. Namun jika dilihat dari pemahaman konsep dan prosedur yang paling bagus berturut-turut adalah tipe representasi simbolik, representasi verbal dan representasi visual. Kesimpulan, representasi matematis yang paling banyak dihasilkan oleh mahasiswa adalah representasi visual, namun representasi yang paling akurat adalah representasi simbolik.

**Kata kunci:** Pecahan; representasi; simbolik; verbal; visual.

### Abstract

*Representation is an important part of the mathematical process that cannot be separated from other processes, because representation can be a link between one's ideas and communicating those ideas. Mathematical representations of students tend to be more diverse, so it is necessary to track the types and construction processes in this study. The purpose of this study was to explore students' mathematical representations in solving multiplication fractions problems. This research was an exploratory qualitative study involving 98 students as participants and 3 students were selected as research subjects. The results showed that most of the students were able to solve problems correctly. There are three types of mathematical representation of the correct answers, namely: (1) type of visual representation, (2) type of verbal representation, (3) type of symbolic representation. The number of students for each type, the order from the most is visual, symbolic, and verbal representation. However, when viewed from the understanding of concepts and procedures, the types of symbolic representations, verbal representations and visual representations are the best respectively. In conclusion, the most mathematical representations produced by students are visual representations, but the most accurate representations are symbolic representations.*

**Keywords:** Fraction; representation; symbolic; verbal; visual.



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

## PENDAHULUAN

Representasi matematis merupakan salah satu proses penting dalam matematika. Berdasarkan representasi yang dihasilkan dapat diprediksi proses berpikir yang telah berlangsung dalam benak seseorang. Representasi yang dihasilkan setiap orang berbeda sebab pada dasarnya setiap manusia memiliki cara yang unik untuk mengekspresikan ide. Namun demikian secara garis besar terdapat tiga bentuk representasi matematis yaitu representasi visual, verbal, dan simbolis. Bentuk representasi yang dihasilkan dipengaruhi oleh berbagai faktor, beberapa diantaranya adalah pengalaman belajar dan usia. Representasi pada orang dewasa cenderung lebih baik sebab mereka telah memiliki pengalaman belajar yang banyak seiring bertambahnya usia mereka. Orang dewasa termasuk mahasiswa cenderung mampu merelasikan pengetahuan dan pengalaman belajar yang dialami sehingga mampu melakukan representasi ide dengan baik. Oleh sebab itu dapat diketahui karakteristik representasi matematis yang dihasilkan oleh mahasiswa dan kondisi tersebut dapat memberikan informasi berharga tentang proses berpikir yang dialami mahasiswa.

Representasi matematis merupakan pengejawantahan ide matematis yang ditransfer dari pikiran dalam bentuk solusi yang dihasilkan (Widakdo, 2017). Representasi dapat berupa cara menyajikan, menggambarkan, atau simbolisasi ide menggunakan suatu metode tertentu (Prayitno dkk., 2021). Representasi matematis dapat menjembatani antara pemahaman terhadap ekspresi matematis (Samsuddin & Retnawati, 2018). Representasi dapat menghubungkan sesuatu yang dipelajari dengan pemahaman konsep dalam berbagai bentuk (Harahap dkk., 2018).

Representasi membantu mengomunikasikan ide matematis dengan benar.

Bentuk representasi diklasifikasikan secara beragam oleh peneliti sebelumnya. Bentuk representasi dapat berupa representasi internal dan eksternal. Peneliti lain menyatakan bahwa representasi matematis dapat dikelompokkan menjadi 3 yaitu: 1) representasi visual, 2) representasi verbal, 3) representasi simbolik (Prayitno dkk., 2021). Representasi juga dapat dikelompokkan menjadi 5 yaitu: 1) contoh nyata, 2) model manipulatif, 3) gambar/ diagram, 4) kata/ ujaran, 5) simbol (Widakdo, 2017). Berdasarkan klasifikasi tipe representasi oleh peneliti sebelumnya, pada dasarnya ada tiga tipe representasi, yaitu representasi visual, verbal, dan simbolik.

Representasi visual merupakan suatu strategi representasi menggunakan piktorial (Tyavbee, 2018). Representasi visual berbentuk struktur berupa visualisasi berbentuk gambar, diagram, atau grafik (Gecici & Turnuklu, 2021). Representasi visual dapat berupa piktorial (gambar objek) atau skematik (grafik, tabel) (Özsoy, 2018). Representasi verbal menyajikan ide dalam bentuk deskripsi atau tulisan atau kata-kata yang menggambarkan proses penyelesaian masalah (Anwar & Rahmawati, 2017). Representasi simbolik adalah representasi dalam bentuk struktur abstrak seperti tanda atau simbol (Anwar & Rahmawati, 2017; Gecici & Turnuklu, 2021). Ide matematis dalam representasi simbolik dinyatakan dalam bentuk variabel, parameter, bilangan, atau notasi (Prayitno dkk., 2021). Representasi simbolik memiliki ciri adanya transformasi dari masalah matematis representasi rumus atau prosedur matematis (Anwar & Rahmawati, 2017). Representasi visual berupa gambar,

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

diagram, tabel yang mengindikasikan gambaran suatu konsep. Representasi verbal berupa penjelasan berupa tulisan atau kata-kata. Representasi simbolik berupa bentuk abstrak dari penyelesaian matematis yang dapat berupa simbol

Representasi telah diteliti oleh beberapa peneliti sebelumnya. Prayitno mendeskripsikan kemampuan calon guru dalam melakukan multiple representasi melalui pendekatan kuantitatif (Prayitno dkk., 2021). Sedangkan Özsoy melakukan evaluasi tentang tipe representasi visual pada mahasiswa calon guru (Özsoy, 2018). Gecici & Turnuklu melakukan kajian literatur tentang kemampuan representasi matematis dalam pembelajaran discovery (Gecici & Turnuklu, 2021). Anwar dan Rahmawati melakukan kajian pustaka tentang dampak *problem base learning* terhadap representasi matematis (Anwar & Rahmawati, 2017). Adapun Afriyani melakukan penelitian tentang pemecahan masalah pada tugas *multiple* representasi (Afriyani dkk., 2018). Peneliti sebelumnya belum mengungkap secara mendalam tiga tipe representasi (visual, verbal, simbolik) secara bersamaan. Padahal alasan yang mendasari bentuk representasi yang dipilih merupakan aspek penting yang perlu diketahui agar penyusunan desain pembelajaran sesuai dengan karakteristik pembelajar dan materi. Sehingga perlu dilakukan penelitian mendalam tentang representasi visual, verbal, simbolik mahasiswa dalam memecahkan masalah matematis. Berdasarkan data yang diperoleh dapat diklasifikasikan bentuk representasi yang dihasilkan, dan dapat didesain perkuliahan yang sesuai dengan karakteristik representasi serta dapat diberikan petunjuk tentang representasi yang dapat diterapkan oleh mahasiswa saat mereka mengajar nanti.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif jenis deskriptif eksploratif. Penelitian deskriptif eksploratif memperdalam pengetahuan, mencari ide-ide baru mengenai suatu gejala tertentu, merumuskan masalah secara terperinci (Mudjiyanto, 2018). Penelitian ini berupaya untuk mengeksplor representasi yang terjadi pada mahasiswa dan menyajikan data yang diperoleh dalam bentuk deskriptif. Proses eksplorasi dilakukan melalui pemberian masalah kontekstual yang memungkinkan diselesaikan dalam bentuk representasi visual, verbal, atau simbolik. Mahasiswa diberikan kebebasan untuk merepresentasikan ide sesuai yang ditemukan dalam benak mereka pada jawaban tertulis.

Subjek penelitian ini adalah mahasiswa semester tiga Program Studi Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah Universitas Islam Negeri Sayyid Ali Rahmatullah Tulungagung. Mahasiswa yang berpartisipasi dalam mengerjakan soal sebanyak 98 orang, mereka diminta menyelesaikan masalah yang diberikan dan merepresentasikan jawaban dalam tertulis. Jawaban 98 mahasiswa tersebut dikelompokkan sesuai dengan tipe representasi yang dihasilkan yaitu representasi visual, verbal, dan simbolik. Selanjutnya dipilih tiga subjek yang merepresentasikan dari satu subjek setiap tipe. Subjek yang dipilih merupakan mahasiswa yang penyajian idenya mewakili tipe masing-masing dan setiap tipe dipilih satu mahasiswa.

Penulis menjadi instrumen utama dalam penelitian ini. Instrumen pendukung pada penelitian ini adalah soal tes dan wawancara. Soal tes berupa satu *a* tentang pecahan. Soal menyajikan materi tentang pecahan. Soal tes divalidasi oleh dua dosen Pendidikan Matematika UIN Sayyid Ali

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

Rahmatullah Tulungagung yaitu Dr. Ummu Sholihah, S.Pd, M.Si dan Dr. Maryono, M. Pd. Aspek yang divalidasi adalah kesesuaian petunjuk yang digunakan, kesesuaian soal dengan tahap berpikir mahasiswa, ketepatan penggunaan kalimat, dan kesesuaian konteks yang disajikan dengan materi pecahan. Hasil validasi dari dua validator menyatakan bahwa perlu ada petunjuk yang jelas agar mahasiswa mampu mengekspresikan ide dengan bebas. Berdasarkan masukan dari dua validator tersebut, peneliti menambahkan petunjuk yang lebih detail pada bagian yang dikurung setelah soal.

Soal yang digunakan terkesan mudah, namun ketika dikerjakan berpotensi menimbulkan kesalahan dalam penyelesaiannya. Soal memuat operasi yang cukup kompleks (melibatkan pengurangan perkalian dan pembagian pecahan. Soal ini juga menuntut adanya pemahaman dan pemecahan masalah yang baik. Sehingga diperlukan berbagai keterampilan berpikir dalam memecahkan masalah ini. Soal ini juga memungkinkan diselesaikan menggunakan berbagai representasi yaitu representasi visual, verbal, ataupun simbolik. Soal tersebut dapat dilihat pada uraian di bawah ini:

*“Sebuah drum berisi minyak. Pada awalnya dikeluarkan 50% darinya kemudian dikeluarkan lagi sepertiga dari sisanya. Akhirnya minyak dalam drum tinggal 40 liter. Berapa isi minyak dalam drum sebelum dikeluarkan isinya? (Berikan penjelasan bagaimana kamu sampai pada jawaban tersebut jika diperlukan!)”*

Instrumen pendukung yang lain adalah pedoman wawancara. Pedoman wawancara juga divalidasi oleh dua dosen yang sama dengan validator soal tes. Pedoman wawancara memuat pertanyaan tentang: pemahaman pada

masalah, alasan pemilihan strategi penyelesaian, alur penyelesaian masalah, proses pengecekan kembali, pemahaman pada konsep operasi pecahan, dan pemahaman pada prosedur penyelesaian operasi pecahan. Hasil validasi menyatakan bahwa pedoman wawancara dapat digunakan untuk mengambil data penelitian. Sehingga pedoman wawancara ini digunakan oleh peneliti untuk mengambil data penelitian.

Instrumen penelitian yang telah dinyatakan layak oleh validator digunakan untuk mengambil data penelitian. Proses pengambilan data dimulai dengan melakukan langkah-langkah berikut ini. *Pertama*, peneliti memberikan soal tes kepada 98 mahasiswa. Mereka diminta merepresentasikan ide secara bebas sesuai dengan ide masing-masing. *Kedua*, jawaban mahasiswa dikelompokkan menurut ketepatan jawabannya. *Ketiga*, yang salah disisihkan sedangkan jawaban yang benar dianalisis lebih lanjut. *Keempat*, jawaban yang benar diklasifikasikan menjadi tiga tipe yaitu tipe representasi visual, verbal, dan simbolik. *Kelima*, pada masing-masing tipe dianalisis jawaban mana yang dapat mewakili tipe tersebut dan selanjutnya dipilih satu jawaban dari masing-masing tipe. Sehingga ada 3 jawaban yang terpilih yang selanjutnya dinyatakan sebagai subjek penelitian ini. *Keenam*, peneliti melakukan wawancara kepada subjek terpilih. Wawancara dilakukan pada setiap subjek secara bergantian. Setiap subjek diminta untuk menjelaskan proses penemuan jawaban. Aspek yang ditanyakan didasarkan pada pedoman wawancara. Jika ada penjelasan yang kurang dapat dipahami, peneliti meminta penjelasan yang lebih rinci atau jelas kepada subjek penelitian.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

Analisis data dilakukan mengacu pada teori yang dikemukakan oleh Creswell (2012) yaitu mengumpulkan data, data dianalisis, data ditafsirkan. Pengumpulan data dilakukan melalui pelaksanaan tes dan wawancara yang mendalam kepada subjek penelitian. Analisis data dilakukan dengan membandingkan jawaban mahasiswa pada lembar jawaban tes dengan penjelasan yang mereka sampaikan saat wawancara. Berdasarkan hal tersebut dapat terkonfirmasi proses penyelesaian masalah yang dilakukan oleh mahasiswa. Analisis data ini dapat menuntun menuju kesimpulan. Sehingga dapat disimpulkan bentuk karakteristik representasi visual, verbal, dan simbolik pada masing-masing tipe representasi.

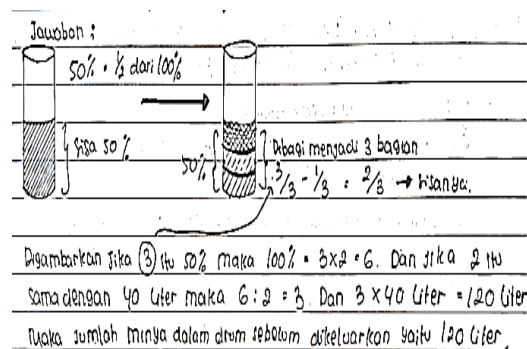
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 98 mahasiswa yang berpartisipasi dalam penelitian ini ada, 59 (60%) mahasiswa yang dapat menjawab benar soal yang diberikan, sedangkan 39 (40%) mahasiswa tidak dapat menjawab dengan benar. Kesalahan dalam menjawab pada umumnya disebabkan oleh pemahaman yang salah pada masalah yang mengakibatkan kesalahan pada proses selanjutnya. Adapun mahasiswa yang menjawab benar pada masalah ini terbagi dalam tiga tipe representasi yaitu: representasi visual, verbal, dan simbolis. Banyaknya jawaban benar berdasarkan tipe representasinya ada tiga tipe yaitu: 1) tipe representasi visual sebanyak 33 mahasiswa (56 % dari jawaban benar), 2) tipe representasi verbal sebanyak 9 mahasiswa (15 % dari jawaban benar), dan 3) tipe representasi simbolis sebanyak 17 mahasiswa (29 % dari jawaban benar). Data yang ditemukan menunjukkan bahwa representasi visual paling banyak dilakukan oleh mahasiswa

diikuti representasi simbolis dan terakhir representasi verbal. Temuan tentang proses pemecahan masalah dari masing-masing tipe diuraikan pada penjelasan selanjutnya.

### 1. Tipe Representasi Visual

Mahasiswa tipe representasi visual menyelesaikan masalah yang diberikan dengan cara membuat ilustrasi gambar dari masalah yang diberikan. Gambar dibuat sesuai konteks masalah yaitu sebuah drum yang diisi minyak. Bagian yang terisi minyak digambarkan pada bagian bawah drum dalam bentuk arsiran. Subjek mengilustrasikan gambar semirip mungkin dengan kondisi yang sebenarnya. Jawaban tertulis subjek dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Tipe representasi visual

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa subjek pada awalnya menggambar satu drum, lalu ditandai bagian yang terisi sebanyak setengah bagian sebab setengah bagian sudah dikeluarkan sehingga yang tersisa ada setengah bagian. Lalu bagian yang masih tersisa dibagi menjadi 3 bagian yang sama karena pada soal dinyatakan bahwa sepertiga bagian dari sisanya dikeluarkan. Subjek kembali melihat drum utuh. Jika pada gambar di sebelah kanan setengah drum terbagi dalam 3 bagian yang sama, maka satu drum utuh akan berisi 6 bagian. Dua pertiga bagian bernilai 40 liter maka sepertiga bagian

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

bernilai 20 liter karena satu drum penuh berisi 6 bagian maka jawaban akhirnya adalah 6 kali 20 liter yaitu 120 liter.

Hasil wawancara kepada subjek ini menunjukkan bahwa pada saat membaca soal, subjek kesulitan memahami masalah yang diberikan, ia lalu memikirkan strategi yang dapat membantunya membuat masalah tersebut menjadi lebih konkrit. Subjek ini mencoba mengilustrasikan masalah tersebut dengan gambar. Sebab dengan ilustrasi gambar ia dapat membayangkan bagian yang terisi dan bagian yang tidak terisi minyak pada drum. Strategi ini ia pilih karena ia tidak memiliki ide yang lain. Meskipun dimungkinkan untuk menyelesaikan dengan cara yang lain, ia tidak dapat melakukannya, sebab masalah yang diberikan merupakan masalah yang tidak biasa dijumpai. Hasil wawancara berikut ini menunjukkan proses pemecahan masalah yang dilakukan oleh subjek.

Saat subjek ditanya mengapa tidak menggunakan penyelesaian menggunakan pemodelan matematis menggunakan variabel, menjawab bahwa ia ragu untuk menggunakan pemodelan matematis, sebab pada pengambilan kedua membuatnya kesulitan dalam melakukan pemodelan matematis. Sedangkan saat ditanya apakah ia melakukan pengecekan ulang jawaban ia menyatakan bahwa ia melakukan pengecekan ulang dan yakin bahwa jawabannya bernilai benar.

Berdasarkan hasil tes dan wawancara terhadap subjek tipe ini tampak bahwa pemahaman subjek pada konsep perkalian pecahan masih lemah yang mengakibatkan ia tidak mampu melakukan pemodelan matematis. Namun demikian, ia menemukan strategi untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan proses yang dapat ia nalar dengan baik melalui ilustrasi gambar

sesuai konteks yang ada. Proses penyelesaian masalah yang dimulai dari memahami masalah. Tetapi karena masalah sulit dipahami oleh subjek, ia mencoba untuk menggambarkan situasi tersebut sebagai upaya untuk menemukan strategi penyelesaian. Ilustrasi gambar menjadi satu-satunya strategi yang dapat ditemukan subjek ini. Dari gambar yang dibuat, ia dapat memahami masalah, merancang strategi penyelesaian, dan menemukan jawaban. Setelah jawaban ditemukan, ia lakukan pengecekan untuk memastikan bahwa jawabannya bernilai benar.

## 2. Tipe Representasi Verbal

Tipe kedua adalah tipe representasi verbal. Mahasiswa tipe ini menyelesaikan masalah yang diberikan dengan cara mendeskripsikan apa yang dipikirkannya pada lembar jawaban. Subjek ini tidak membuat ilustrasi gambar, tetapi menuliskan langkah-langkah yang dilakukan sesuai urutan peristiwa yang ada pada masalah yang diberikan. Adapun hasil dari jawaban tertulis dari subjek dengan tipe representasi verbal dapat dilihat pada Gambar 2.

- 1 drum minyak, dituliskan 50% darinya  
 $1 - 50\% = 100\% - 50\% = 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$  bagian
- dituliskan lagi sepertiga dari sisanya  
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  bagian
- yg terisi di drum 40 liter,  
 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$  bagian

⇒ jika dituliskan air yang di dalam drum ada 40 liter, dan itu merupakan  $\frac{1}{3}$  bagian dari 1 drum, maka:

$$\frac{1}{3} = 40 \text{ liter} \quad 40 \text{ liter} = \frac{1}{3} x$$

$$\frac{6}{6} = x \quad 40 = \frac{1}{3} x$$

$$x = \frac{40}{\frac{1}{3}}$$

$$x = 40 \times \frac{3}{1}$$

$$x = \boxed{120} \text{ liter}$$

Gambar 2. Tipe representasi verbal.

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa subjek tidak menggunakan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

pemodelan matematis dengan lengkap. Pada langkah pertama, subjek tidak menggunakan variabel dan langsung menggunakan deskripsi dan hitungan langsung. Pada langkah kedua, subjek melakukan perkalian pecahan dengan benar, yang mengindikasikan bahwa ia paham konsep sepertiga dari setengah yang ia nyatakan sebagai perkalian setengah kali sepertiga. Pada langkah ketiga, subjek dapat mendeskripsikan idenya dengan kalimat matematika yang benar. Pada langkah keempat, subjek ini menyelesaikan hitungan dengan benar dan menyajikan variabel. Ini tampak sedikit aneh, sebab pada langkah sebelumnya ia tidak menggunakan variabel, namun pada langkah keempat ia menyajikan variabel.

Hal ini dilacak melalui wawancara mendalam kepada subjek. Hasil wawancara terhadap subjek tentang proses penyelesaian masalah menunjukkan bahwa pada awalnya subjek kurang paham konteks masalah. Lalu ia baca ulang masalah yang diberikan. Setelah itu ia mencoba membayangkan masalah tersebut dalam bentuk gambar di benaknya. Ia tidak membuat ilustrasi gambar pada lembar jawaban karena situasi masalah terjangkau dalam pikirannya. Selain itu menggambar juga akan menyita waktu.

Subjek sebenarnya juga terpikir untuk menyelesaikan masalah menggunakan pemodelan matematis, tetapi pada langkah kedua dan seterusnya ia bingung dalam menentukan variabelnya. Ia bingung apakah pada langkah kedua menggunakan variabel yang sama dengan langkah selanjutnya. Subjek kurang yakin dengan strategi ini, maka ia putuskan untuk mendeskripsikan jawaban sesuai dengan urutan peristiwa pada soal.

Hasil tes dan wawancara kepada subjek dengan tipe representasi verbal

menunjukkan bahwa subjek tipe ini memahami masalah setelah membaca soal beberapa kali. Strategi penyelesaian masalah ditemukan setelah masalah dipahami. Ada beberapa strategi penyelesaian masalah yang ditemukan yaitu menggambarkan situasi masalah, menuliskan jawaban secara deskriptif, atau melakukan pemodelan matematis. Awalnya masalah diilustrasikan dalam bentuk gambar dalam pikirannya, tapi strategi menggambar tidak ia pilih karena memerlukan waktu yang lama. Strategi pemodelan matematis tidak dipilih karena subjek kurang cakap dalam pemodelan matematis. Sehingga strategi menyajikan jawaban dalam bentuk operasi bilangan yang dilengkapi dengan penjelasan secara deskriptif yang dipilih. Selanjutnya masalah diselesaikan dan diperiksa kembali selesaian yang dihasilkan. Dalam hal pemahaman pada konsep perkalian pecahan, prosedur penyelesaian operasi pengurangan dan perkalian pecahan, subjek ini mampu melakukan dengan baik.

### 3. Tipe Representasi Simbolis

Mahasiswa tipe representasi simbolis menyelesaikan masalah yang diberikan menggunakan pemodelan matematis. Penyelesaian dilakukan dalam satu proses yang sistematis. Hal tersebut dapat ditemukan pada Gambar 3. Masalah yang diberikan diubah dalam satu kalimat matematis pada langkah pertama dan diselesaikan dengan langkah yang benar pada langkah-langkah selanjutnya. Subjek menyimbolkan isi penuh drum dengan simbol " $p$ ". Lalu masalah diubah ke dalam kalimat matematis pada persamaan baris pertama. Selanjutnya diselesaikan operasi pengurangan dan perkalian pada pecahan langkah demi

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

langkah dengan benar. Selesaian tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.

dimisalkan  $(p)$  sama dengan isi drum full.

$$= p - \frac{50}{100}p - \frac{1}{3}\left(p - \frac{50}{100}p\right) = 40 \text{ liter} \Rightarrow \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$
$$= \left(p - \frac{1}{2}p\right) - \frac{1}{3}\left(p - \frac{1}{2}p\right) = 40 \text{ liter}$$
$$= \left(\frac{2p-p}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{2p-p}{2}\right) = 40 \text{ liter}$$
$$= \frac{3p-p}{6} = 40 \text{ liter}$$
$$2p = 40 \cdot 6 \text{ liter}$$
$$p = 120 \text{ liter}$$

Gambar 3. Tipe representasi simbolis

Hasil wawancara kepada subjek menunjukkan bahwa subjek memiliki kemampuan yang baik pada konsep maupun prosedur. Subjek juga dapat menggunakan pengetahuan yang dimiliki untuk memecahkan masalah dengan efektif. Saat membaca soal, subjek langsung paham maksud masalah. Ia tidak perlu mengilustrasikan masalah tersebut dengan gambar sebab tanpa ilustrasi gambar rpun masalah ini dapat diselesaikan. Subjek ini langsung terpikir untuk memodelkan masalah yang diberikan dalam satu baris persamaan. Jika satu drum minyak dilambangkan dengan " $p$ " maka minyak yang diambil dari drum akan mengurangi  $p$ , banyaknya pengambilan dilihat dari masalah yang ada. Setelah ditemukan persamaan untuk masalah tersebut, dilakukan penyelesaian operasi dengan sistematis sehingga ditemukan hasil akhir dari satu proses ini.

Hasil tes dan wawancara terhadap subjek menunjukkan bahwa subjek tipe representasi simbolik ini mampu memahami masalah dengan cepat dan tepat. Ada beberapa strategi yang ditemukan, tapi ia dapat memilih strategi yang efektif. Langkah-langkah penyelesaian juga disajikan dengan sistematis dan mudah dipahami.

Pengecekan dilakukan saat menuliskan jawaban dan setelah masalah diselesaikan. Subjek ini memiliki pemahaman yang baik pada konsep perkalian pecahan, dimana ia dapat menyatakan dengan benar bentuk perkalian pecahan untuk masalah sepertiga dari setengah. Prosedur penyelesaian operasi pada pecahan juga dapat dikuasai dengan baik. Pemahaman pada konteks masalah juga baik, hal itu dapat terlihat dari ketepatan persamaan yang dibuat dari masalah yang disajikan. Ketepatan persamaan yang dibuat juga menunjukkan bahwa subjek ini mampu melakukan transformasi dari masalah kontekstual ke dalam persamaan matematis. Berdasarkan temuan yang diperoleh, karakteristik dari masing-masing tipe representasi disajikan pada Tabel 2.

Berdasarkan data pada Tabel 2 ditemukan bahwa mahasiswa mampu menyelesaikan masalah yang diberikan dengan representasi yang beragam, yaitu representasi visual, verbal, atau simbolis. Namun juga ada mahasiswa yang belum mampu menyelesaikan masalah ini dengan benar. Representasi dapat terjadi bervariasi sesuai pemikiran masing-masing orang. Sebab menurut Anwar & Rahmawati (2017) representasi dapat menggambarkan apa yang ada dalam pikiran seseorang dan proses yang terjadi pada pemecahan masalah. Namun sebagian besar mahasiswa mampu menjawab dengan benar. Namun ada sebagian mahasiswa yang belum mampu menjawab dengan benar. Hal ini disebabkan karena pemahaman pada masalah yang diberikan belum sesuai. Hal ini sesuai dengan pendapat Utami dkk. (2019) yang menyatakan bahwa masalah yang belum dipahami dengan baik dapat mengakibatkan kegagalan dalam menyelesaikan masalah tersebut.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

Tabel 2. Temuan tentang karakteristik representasi visual, verbal, dan simbolik

Karakteristik	Tipe Representasi Visual	Tipe Representasi Verbal	Tipe Representasi Simbolik
Pemahaman Masalah	Masalah dipahami dengan digambar	Masalah dipahami dengan dibaca beberapa kali sambil dibayangkan situasi masalahnya	Masalah dipahami dengan cepat melalui penemuan kata kunci
Penemuan Strategi	Satu strategi yang ditemukan yaitu memvisualisasikan masalah sesuai konteks	Tiga strategi yaitu memvisualisasikan masalah, mendeskripsikan jawaban dan pemodelan matematis. Strategi mendeskripsikan proses penemuan jawaban yang dipilih karena strategi gambar kurang efektif, strategi pemodelan matematis kurang terjangkau	Tiga strategi ditemukan yaitu memvisualisasikan masalah, mendeskripsikan jawaban dan pemodelan matematis. Namun strategi pemodelan matematis yang dipilih karena singkat dan efektif
Penyelesaian Masalah	Menggambarkan situasi masalah dalam bentuk objek nyata dari masalah.	Mendeskripsikan langkah selesaian sesuai urutan dari situasi masalah yang diberikan	Lepas dari gambar objek, selesaian disajikan melalui pemodelan matematis yang memuat konsep dan prosedur yang benar benar.
Pengecekan Kembali	Pengecekan dilakukan setelah jawaban selesai ditulis	Pengecekan dilakukan setelah jawaban selesai ditulis	Pengecekan dilakukan saat menuliskan jawaban dan diulangi lagi setelah jawaban selesai ditulis
Pemodelan Matematis Pemahaman Konsep Perkalian Pecahan	Tidak dilakukan pemodelan matematis Tidak dipahami	Pemodelan matematis bersifat parsial Belum dipahami sempurna	Pemodelan matematis penuh Paham sempurna
Pemahaman Prosedur	Dikuasai dengan baik	Dikuasai dengan baik	Dikuasai dengan baik

Banyaknya jawaban benar berdasarkan tipe representasinya ada tiga tipe yaitu: 1) tipe representasi visual 56 % , 2) tipe representasi verbal 15 % , dan 3) tipe representasi simbolis 29%. Urutan ini sesuai dengan pendapat Prayitno dkk.

(2021) yang menyatakan bahwa urutannya adalah visual, verbal, dan simbolis. Data yang ditemukan menunjukkan bahwa representasi visual paling banyak dilakukan oleh mahasiswa. Hal ini sesuai dengan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

pendapat Prayitno dkk. (2021) yang menyatakan bahwa representasi visual cenderung banyak dipilih karena representasi visual dapat lebih mudah dalam mengilustrasikan ide. Adapun karakteristik masing-masing tipe representasi diuraikan dalam pembahasan berikut ini. Hal ini berbeda dengan hasil penelitian Afriyani dkk. (2018) yang menyatakan bahwa pemahaman siswa pada tugas berbentuk *multiple* representasi dapat berbentuk fleksibel atau terkotak-kotak. Perbedaan ini terjadi sebab pada penelitian ini mengeksplorasi bentuk representasi sedangkan pada penelitian Afriyani mengeksplorasi pemahaman.

#### 1. Karakteristik Tipe Representasi Visual

Tipe representasi ini paling banyak dipilih oleh mahasiswa. Sebab ilustrasi visual dalam bentuk gambar membantu mereka menurunkan tingkat abstraksi dari masalah yang disajikan. Hal ini sejalan dengan pendapat Tyavbee (2018) yang menyatakan bahwa representasi berbentuk visual dapat mereduksi keabstrakan suatu konsep. Sedangkan menurut Prayitno dkk. (2021), visualisasi pada representasi visual mempermudah proses komunikasi ide karena tidak memerlukan deskripsi dengan penyusunan kalimat yang baik. Penyajian ide menggunakan representasi verbal memungkinkan mahasiswa menemukan jawaban dari gambar yang dihasilkan, dan mengubah masalah yang abstrak menjadi lebih konkret.

Mahasiswa tipe ini pada awalnya kurang memahami maksud soal sehingga mereka beberapa kali membaca kembali soal. Upaya lain yang dilakukan adalah menggambarkan masalah yang disajikan dalam bentuk yang sesuai dengan konteks masalah. Sebab menurut Özsoy (2018) visualisasi ide merupakan

perwujudan ide seseorang. Penemuan strategi penyelesaian masalah dilakukan dengan memvisualisasikan masalah tersebut melalui gambar objek atau situasi masalah. Pemodelan masalah dalam bentuk gambar memperkuat pemahaman mahasiswa pada masalah yang diselesaikan sekaligus memudahkan mereka dalam memvalidasi jawaban yang mereka hasilkan.

Penyelesaian masalah dilakukan selaras dengan penemuan ide yaitu dengan memvisualisasikan masalah dalam bentuk gambar objek, atau situasi masalah. Sebab dengan visualisasi tersebut, kedudukan masalah menjadi jelas dan nyata. Pemodelan masalah dalam bentuk gambar membantu mahasiswa menemukan makna dari notasi standar yang mereka sajikan. Hal ini sesuai dengan pendapat Ervin (2017) yang menyatakan bahwa model dapat membantu memanipulasi masalah dapat ditemukan makna dari hasil yang diperoleh. Adapun deskripsi verbal tidak dilakukan secara detail sebab proses transformasi masalah yang diberikan dalam bentuk gambar/ visual yang dapat mengilustrasikan ide sudah menyita waktu.

Sedangkan pemodelan matematis tidak langsung dilakukan karena kurang terjangkau oleh mereka. Pemodelan matematis cenderung tidak dilakukan karena mereka kesulitan untuk menyatakan masalah dalam bentuk model matematis. Kesulitan ini terjadi karena mereka belum memahami konsep perkalian pecahan dengan baik, sehingga mahasiswa ini memiliki rasa kuatir yang tinggi pada ketepatan prosedur yang dipilih. Oleh sebab itu mereka tidak langsung menggunakan prosedur standar, tetapi mereka berusaha memvisualisasikan masalah dalam bentuk gambar dahulu. Langkah yang mereka pilih ini memang memerlukan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

waktu yang lama, namun dapat membuat mereka yakin pada hasil yang diperoleh. Hal ini sesuai pendapat Siegler & Pyke (2013) yang mengatakan bahwa salah satu hal yang menyebabkan seseorang mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah pecahan adalah pemahaman yang tidak memadai pada nilai pecahan. Sehingga diperlukan pemahaman yang baik pada konsep dan prosedur operasi pecahan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa prosedur operasi pada pecahan dipahami dengan baik, namun mereka kurang memahami konsep perkalian matematis, sehingga mereka memerlukan waktu yang cukup lama untuk mengubah masalah ke dalam bentuk kalimat matematis. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman konseptual sangat diperlukan dalam memecahkan suatu masalah disamping pemahaman prosedural. Hal ini sesuai dengan pendapat Siegler & Pyke (2013) yang menyatakan bahwa pemahaman pecahan menuntut pemahaman pada prosedur dan pemahaman konsep yang baik.

## 2. Karakteristik Tipe Representasi Verbal

Representasi verbal ini termasuk representasi dengan banyak mahasiswa paling sedikit. Hal ini selaras dengan hasil penelitian Prayitno dkk. (2021) yang juga memperoleh temuan demikian. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa tipe ini perlu beberapa kali membaca soal sambil membayangkan situasi masalahnya. Saat mereka membaca soal, mereka membayangkan situasi masalah tersebut. Mereka tidak perlu menggambarkan masalah yang disajikan sebab mereka dapat membayangkan situasi masalah di benaknya.

Mahasiswa tipe ini memiliki tingkat abstraksi lebih baik dari

mahasiswa tipe pertama. Namun mahasiswa tipe ini belum mampu melakukan representasi simbolis secara langsung. Mereka masih menganggap perlu untuk menuliskan ide dalam bentuk deskripsi menggunakan representasi verbal. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Anwar dan Rahmawati yang menyatakan bahwa tipe representasi verbal menyajikan ide dalam bentuk deskripsi menggunakan kata-kata. Sebab seiring dengan penulisan ide tersebut mereka menemukan solusi melalui tahap-tahap penulisan ide tersebut (Anwar & Rahmawati, 2017). Hal ini mereka lakukan untuk membangun *sense* pada masalah yang disajikan. Sebab *sense* merupakan aspek yang kurang dikuasai oleh pembelajar. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Purnomo dkk. (2014) yang menyatakan bahwa pembelajar cenderung kurang memiliki *number sense*.

Hasil penelitian pada tipe representasi verbal menunjukkan bahwa penemuan strategi penyelesaian masalah dilakukan menggunakan tiga strategi yaitu memvisualisasikan masalah, mendeskripsikan jawaban dan pemodelan matematis. Strategi mendeskripsikan proses penemuan jawaban yang dipilih karena strategi gambar kurang efektif sebab memerlukan waktu yang panjang untuk membuat ilustrasi gambar, sehingga tipe ini memilih menyajikan ide menggunakan penjelasan kata-kata. Tipe ini memilih cara ini karena mereka belum mampu melakukan prosedur matematis yang standar karena masalah yang disajikan memerlukan prosedur yang memerlukan pemahaman konsep di dalamnya. Sehingga diperlukan pengembangan pembelajaran matematika yang lebih baik sebagaimana dikemukakan oleh Jayanthi dkk. (2017) yang menyatakan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

bahwa pengembangan pengajaran matematika secara profesional diperlukan untuk mencapai hasil belajar yang lebih baik.

Mahasiswa tipe verbal memiliki kemampuan menyelesaikan masalah dengan baik, namun mereka kurang memiliki keyakinan matematis yang kuat sehingga mereka memiliki kekhawatiran yang tinggi pada jawaban yang mereka hasilkan. Mereka khawatir dosen kurang memahami ide mereka apabila hanya disajikan dalam bentuk penyelesaian simbolis. Sehingga mereka merasa perlu menuliskan penjelasan tertulis agar ide mereka dapat dipahami secara utuh. Mahasiswa belum memiliki pemahaman konsep yang benar. Sehingga perlu merekonstruksi konsep mereka secara mandiri melalui masalah yang diberikan. Hal yang demikian merupakan bentuk rekonstruksi konsep secara independen (Musrikah dkk., 2022).

### 3. Karakteristik Tipe Representasi Simbolis

Mahasiswa yang menjawab benar menggunakan representasi simbolis merupakan bagian yang paling kecil. Sebab representasi simbolis memerlukan pemahaman yang kuat dalam penyelesaian masalah. Hal itu sesuai pendapat Prayitno dkk. (2021) yang menyatakan bahwa bahasa matematis sulit dipahami karena kurangnya penguasaan materi. Selain itu penyajian ide secara simbolis yang mensyaratkan penulisan simbol, rumus, dan kalimat matematis yang tepat menjadi kendala tersendiri mahasiswa. Penyajian jawaban dalam bentuk susunan pernyataan yang runtut dan sistematis merupakan kendala paling besar bagi mahasiswa. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Iftanti dkk., yang menyatakan bahwa pemecahan masalah

menggunakan aturan matematis yang ketat yang melibatkan proses penulisan langkah-langkah yang runtut dan sistematis menjadi hambatan besar bagi pembelajar (Iftanti dkk., 2021).

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa tipe ini dapat menyajikan ide menggunakan representasi simbolis. Penyajian ide secara simbolis menggunakan lambang yang benar dan prosedur matematis yang tepat, terdapat transformasi masalah matematis menuju rumus matematis (Prayitno dkk., 2021; Widakdo, 2017; Harahap dkk., 2018). Proses penyelesaian masalah diawali dengan memahami masalah yang diberikan. Mahasiswa tipe ini dapat dengan cepat memahami masalah yang diberikan. Mereka menemukan kata kunci untuk memecahkan masalah sehingga dapat menemukan maksud masalah yang diberikan.

Penemuan strategi penyelesaian masalah dilakukan tiga strategi ditemukan yaitu memvisualisasikan masalah, mendeskripsikan jawaban dan pemodelan matematis. Visualisasi dan deskripsi masalah dalam bentuk verbal mereka lakukan dalam benak mereka. Hasil penelaahan dalam benak tersebut mereka validasi, apabila benar kemudian mereka memikirkan representasi simbolis yang sesuai untuk masalah yang diberikan. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Anwar & Rahmawati (2017) yang menyatakan bahwa representasi simbolik dapat berupa penyajian ide melalui penggunaan simbol-simbol untuk mencari unsur yang belum diketahui.

Mahasiswa tipe ini menganggap bahwa penyajian ide dalam bentuk representasi simbolis dianggap lebih efektif. Sebab representasi tipe ini dapat menyajikan ide secara singkat dan jelas. Penyelesaian masalah dilakukan lepas

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

dari gambar objek, selesai disajikan melalui pemodelan matematis yang memuat konsep dan prosedur yang benar benar. Hal ini menunjukkan pemahaman konsep dan prosedur yang baik dan dapat digunakan dengan tepat oleh tipe ini. Mahasiswa tipe ini memiliki kemahiran matematis yang baik sebab mampu memenuhi lima komponen kemahiran matematis yang dikemukakan oleh Son & Lee (2016) yaitu: (1) pemahaman; (2) kelancaran prosedural; (3) kompetensi strategi (kemampuan untuk merumuskan masalah matematika, merepresentasikan, dan menyelesaikannya); (4) penalaran adaptif (kapasitas untuk berpikir logis); dan (5) disposisi produktif (kecenderungan untuk melihat arti dalam matematika). Hasil penelitian ini membuka peluang pada peneliti selanjutnya untuk menelaah lebih jauh dampak tipe representasi terhadap prestasi akademik pembelajar.

#### KESIMPULAN DAN SARAN

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa mampu menyelesaikan masalah kontekstual tentang perkalian pecahan dengan baik. Berdasarkan jawaban benar yang dihasilkan mahasiswa diperoleh temuan tentang tipe representasi yang terjadi yaitu: (1) representasi visual; (2) representasi verbal; (3) representasi simbolis. Temuan pertama, mahasiswa tipe representasi verbal menyajikan ide dalam bentuk gambar dari situasi masalah yang diberikan. Hal itu dilakukan karena adanya kesulitan untuk menyajikan ide dalam bentuk kata-kata ataupun kalimat matematis yang standar.

Temuan kedua, mahasiswa tipe representasi verbal yaitu mahasiswa yang menyelesaikan masalah melalui penjelasan menggunakan kata-kata. Hal itu dilakukan karena ilustrasi gambar

dapat mereka bayangkan dalam benak mereka, namun penyajian kalimat matematika secara standar belum dapat dilakukan dengan baik. Temuan ketiga, mahasiswa tipe representasi simbolis yaitu mahasiswa yang mampu menyajikan ide dalam kalimat matematis yang benar dan standar. Mahasiswa tipe ini dapat memahami masalah yang diberikan dengan tepat sehingga tidak memerlukan ilustrasi gambar maupun penjelasan berupa kata-kata untuk merepresentasikan ide mereka. Representasi visual merupakan representasi yang paling banyak digunakan sedangkan representasi verbal merupakan representasi yang paling jarang digunakan. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa ada bentuk representasi yang berbeda pada mahasiswa, sehingga pembelajaran perlu memberi ruang untuk berkembangnya ide mahasiswa dengan memberi kesempatan mahasiswa untuk menyajikan ide berdasarkan pemahaman masing-masing dengan memfasilitasi munculnya *multiple* representasi. Kepada peneliti selanjutnya dapat melakukan penelitian tentang pemecahan masalah pada tugas *multiple* representasi sebab ada beberapa mahasiswa yang mampu menyajikan ide dalam *multiple* representasi.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Afriyani, D., Sa'dijah, C., Subanji, S., & Muksar, M. (2018). Characteristics of Students' Mathematical Understanding in Solving Multiple Representation Task based on Solo Taxonomy. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 281–287. <https://doi.org/10.12973/iejme/3920>
- Anwar, R. B., & Rahmawati, D. (2017). Symbolic and Verbal

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

- Representation Process of Student in Solving Mathematics Problem Based Polya's Stages. *International Education Studies*, 10(10), 20. <https://doi.org/10.5539/ies.v10n10p20>
- Creswell, J. W. (2012). Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research. In P. . Smith (Ed.). *Educational Research*, 4.
- Ervin, H. K. (2017). Fraction Multiplication and Division Models: A Practitioner Reference Paper Fraction Multiplication and Division Models: A Practitioner Reference Paper. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES) International Journal of Research in Education and Science*, 3(1), 258–279.
- Gecici, M., & Turnuklu, E. (2021). Visual Reasoning in Mathematics Education: A Conceptual Framework Proposal. *Acta Didactica Napocensia*, 14(1), 115–126. <https://doi.org/10.24193/adn.14.1.9>
- Harahap, A. Y. A., Surya, E., & Syahputra, E. (2018). Differences Between Mathematics Representation Ability and Students' Self-Efficacy by Using Learning Cycle 7E and Discovery Learning Based on Batak Angkola Culture in SMAN 1 Sipirok. *American Journal of Educational Research*, 6(11), 1497-1504.
- Iftanti, E., Zahrok, U., & Musrikah, m. (2021). Correlation Among Semantic, Syntactic, Pragmatic, and Cognitive Barriers Towards Accuracy Geometry Proofs. *English Review: Journal of English Education*, 10(1), 309–322.
- Jayanthi, M., Gersten, R., Taylor, M. J., Smolkowski, K., & Dimino, J. (2017). Impact of the Developing Mathematical Ideas professional development program on grade 4 students' and teachers' understanding of fractions Key findings. *National Center for Education Evaluation and Regional Assistance*.
- Mudjiyanto, B. (2018). Tipe Penelitian Eksploratif Komunikatif. *Jurnal Studi Komunikasi Dan Media*, 22(1), 65–74.
- Musrikah, Asmarani, D., Sa'dijah, C., Rahadjo, S., & Subanji. (2022). The Reconstruction of Improper Fraction Concept through Analogy Problems in Students of Prospective Elementary School Teacher. *Mathematics Education and Learning*, 2633(September), 030013. <https://doi.org/10.1063/5.0110059>
- Özsoy, G. (2018). Pre-Service Teachers' Use of Visual representations. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 11(1), 49–54. <https://doi.org/10.26822/IEJEE.2018143960>
- Prayitno, S., Lu'luilmaknunn, U., Sridana, N., & Subarinah, S. (2021). Analyzing the Ability of Mathematics Students as Prospective Mathematics Teachers on Multiple Mathematical Representation. *Proceedings of the 2nd Annual Conference on Education and Social Science (ACCESS 2020)*, 556(Access 2020), 309–313. <https://doi.org/10.2991/assehr.k.210525.096>

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6693>

- Purnomo, Y. W., Kowiyah, Alyani, F., & Assiti, S. S. (2014). Assessing number sense performance of Indonesian elementary school students. *International Education Studies*, 7(8), 74–84. <https://doi.org/10.5539/ies.v7n8p74>
- Samsuddin, A. F., & Retnawati, H. (2018). Mathematical representation: The roles, challenges and implication on instruction. *Journal of Physics: Conference Series*, 1097(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1097/1/012152>
- Siegler, R. S., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*. <https://doi.org/10.1037/a0031200>
- Son, J. W., & Lee, J. E. (2016). Pre-service Teachers' Understanding of Fraction Multiplication, Representational Knowledge, and Computational Skills. *Mathematics Teacher Education and Development*, 182, 5–28.
- Tyavbee, A. J. (2018). Evaluation of Students Achievement in Mathematics through Systematic and Explicit Instruction, Self-Instruction, Peer-Tutoring and Visual Representation. *International Journal of Contemporary Research and Review*, 9(08), 20345–20353. <https://doi.org/10.15520/ijcrr/2018/9/08/577>
- Utami, A. D., Sa'dijah, C., Subanji, & Irawati, S. (2019). Students' Pre-Initial Mental Model: The Case of Indonesian First-Year of College Students. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1173–1188. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12175a>
- Widakdo, W. A. (2017). Mathematical Representation Ability by Using Project Based Learning on the Topic of Statistics. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012055>