

ANALISIS PROSES TERJADINYA PENALARAN REVERSIBEL UNTUK MASALAH INVERS

by Muhammad Muzaini

Submission date: 04-Jan-2021 12:32PM (UTC+0700)

Submission ID: 1482828929

File name: Template_Jurnal_Aksioma_Sinta_2.docx (88.13K)

Word count: 4210

Character count: 28550

ANALISIS PROSES TERJADINYA PENALARAN REVERSIBEL UNTUK MASALAH INVERS

Muhammad Muzaini¹, Muhammad Ikram^{2*}, Sirajuddin³

^{1,2*} Universitas Cokroaminoto Palopo, Palopo, Indonesia

³Universitas Muhammadiyah Makassar, Makassar, Indonesia

*Corresponding author. Jl. Latamcelling No. 19, 9191, , Palopo, Indonesia.

E-mail: muhammadmuzaini@uncp.ac.id¹⁾

muhammad.ikram@u3p.ac.id^{2*)}

sirajuddin@unismuh.ac.id³⁾

Received dd Month yy; Received in revised form dd Month yy; Accepted dd Month yy

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menyelidiki proses terjadinya penalaran reversibel mahasiswa untuk masalah invers, pendekatan studi kasus digunakan untuk menganalisis hasil kerja, think aloud, wawancara, dan komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya penalaran reversibel. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses terjadinya penalaran reversibel diawali dengan adanya hambatan yang menyebabkan partisipan tidak mampu melanjutkan proses penyelesaian, sehingga terjadi proses metakognisi dengan menganalisa kembali masalah secara analitik dan mengembangkan strategi heuristik lainnya. Partisipan menunjukkan perubahan sudut pandang di mana ia awalnya memaknai invers sebagai tindakan menukar variabel independen dan dependen, dan beralih dengan memaknai invers sebagai kebalikan dari proses fungsi yang melibatkan analogi dan representasi gambar.

Keywords: Analitik; Intuitif; Masalah invers; Metakognisi; Refraksi; Reversibel reasoning

Abstract

Penelitian ini bertujuan untuk menyelidiki proses terjadinya penalaran reversibel mahasiswa untuk masalah invers, pendekatan studi kasus digunakan untuk menganalisis hasil kerja, think aloud, wawancara, dan komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya penalaran reversibel. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses terjadinya penalaran reversibel diawali dengan adanya hambatan yang menyebabkan partisipan tidak mampu melanjutkan proses penyelesaian, sehingga terjadi proses metakognisi dengan menganalisa kembali masalah secara analitik dan mengembangkan strategi heuristik lainnya. Partisipan menunjukkan perubahan sudut pandang di mana ia awalnya memaknai invers sebagai tindakan menukar variabel independen dan dependen, dan beralih dengan memaknai invers sebagai kebalikan dari proses fungsi yang melibatkan analogi dan representasi gambar.

Keywords: Analitik; Intuitif; Masalah invers; Metakognisi; Refraksi; Reversibel reasoning

PENDAHULUAN

Hasil yang diharapkan atau tujuan penelitian dalam artikel ini Saat ini kajian tentang penalaran reversibel mengalami perkembangan yang signifikan dan merupakan salah satu topik yang menarik beberapa tahun terakhir. Hal ini dikarenakan penalaran reversibel terkait dengan banyaknya masalah dalam matematika, misalkan

pada masalah operasional (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) yang melibatkan pengetahuan aljabar dan pecahan (Hackenberg, 2013; Hackenberg & Lee, 2016; Lee & Hackenberg, 2014). Beberapa Hasil penelitian menunjukkan pentingnya penalaran reversibel dalam meminimalkan ketidakmampuan belajar (learning disabilities) dalam praktek pembelajaran baik siswa maupun guru

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

(Stefano, Litster, & MacDonald, 2017; Dougherty dkk, 2016; Dougherty dkk, 2015), pengembangan strategi pembelajaran (Haciomeroglu, Aspinwall, & Presmeg, 2009, 2010; Mackrell, 2011; Nolte & Pamperien, 2017; Vilkomir & O'Donoghue, 2009), penilaian berbasis proses (Sangwin & Jones, 2017), dan tuntutan kurikulum (Linchevski & Herscovics, 1996; Lubin, Simon, Houdé, & De Neys, 2015). Sehingga bukan merupakan hal yang baru dalam penelitian pendidikan matematika.

Istilah Penalaran reversibel awalnya berdasarkan konsep reversibilitas Piaget dan Krutetskii. Piaget (Inhelder & Piaget, 1958) mengungkapkan bahwa reversibilitas yang merupakan kemampuan mental siswa dalam mengubah arah berpikirnya kembali ke titik awal. Secara operasional ia membedakan reversibilitas dalam dua bentuk, yakni negasi dan reciprocity. Negasi mengungkapkan ide bahwa setiap operasi memiliki kebalikan, misalkan penjumlahan dan pengurangan, sedangkan reciprocity merujuk pada koordinasi antara dua sisi suatu hubungan, misalkan jika $a > b$ maka $b < a$ atau jika $a = b$ maka $b = a$. Sedangkan Krutetskii (Krutetskii, 1976) mengungkapkan reversibilitas sebagai proses mental dalam merekonstruksi arah berpikirnya yang beralih dari berpikir langsung ke arah sebaliknya. Krutetskii berpendapat bahwa jika siswa mempelajari enam tahap (A, B, C, D, E, F), maka siswa tersebut telah mempelajari proses dari A ke F. Namun membalikkan proses dari F ke A tidak perlu mengikuti urutannya, tetapi penalaran reversibel hanya membutuhkan proses yang dimulai dari F dan menyimpulkan A.

Karena Piaget dan Krutetskii memperkenalkan konsep reversibilitas, komunitas riset telah berupaya menguraikan reversibilitas menjadi beberapa bentuk. Ramful (Ramful, 2009, 2014, 2015; Ramful & Olive, 2008) berpendapat bahwa penalaran reversibel sebagai fleksibilitas mental individu yang mampu mengantisipasi dan melihat kembali masalah secara analitik. Ia menambahkan situasi masalah yang diberikan merupakan pemicu (trigger) yang menyebabkan siswa melakukan penalaran reversibel. Sementara Hackenberg (Hackenberg, 2010; Hackenberg & Lee, 2015, 2016) mengungkapkan bahwa penalaran reversibel terkait dengan skema antisipatif dimana siswa berupaya mencapai hasil pengalaman sebelumnya dengan menghasilkan penyebab dari suatu masalah. Mampu menghasilkan penyebab dari suatu hasil cenderung membutuhkan refleksi secara analitik sehingga siswa mengalami perubahan perubahan sudut pandang. Dalam artikel ini, kami mendefinisikan penalaran reversibel sebagai proses mental dalam mengubah sudut pandang berdasarkan situasi masalah yang diberikan.

Kami menyoroti pendapat Hackenberg tentang skema antisipasi (dalam teori skema von Glasersfeld sebagai ekspektasi bahwa aktivitas memberikan hasil yang dialami sebelumnya) sebagai prasyarat terjadinya penalaran reversibel (Hackenberg, 2010). Skema antisipasi dianggap sebagai hubungan sebab-akibat dimana siswa menyajikan kembali pengalaman sebelumnya, merefleksikannya, menguraikan keteraturan, dan memproyeksikan ini sebagai prediksi yang mungkin akan berulang (Ron Tzur, 2011; Simon, Kara, Placa, & Sandir, 2016; Simon, Placa, & Avitzur, 2016; Tzur, 2007; Tzur &

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

Simon, 2004). Skema antisipasi dibedakan menjadi tiga: pertama, skema antisipasi tidak memerlukan aturan sebab-akibat, tetapi bergantung pada kebiasaan (familiarity); kedua, skema antisipasi dengan memprediksi hasil berdasarkan akibat (consequences) yang dialami sebelumnya; dan ketiga, skema antisipasi yang terkait dengan akibat dari pengalaman sebelumnya dengan menjelaskan hubungan sebab-akibat (Simon, Kara, et al., 2016; Simon, Placa, et al., 2016).

Skema antisipasi ketiga menyebabkan terjadinya penalaran reversibel, karena siswa berusaha untuk mencapai hasil pengalaman sebelumnya dengan menghasilkan (by generating) penyebabnya. Upaya untuk mencapai hasil pengalaman sebelumnya membutuhkan aktivitas mental melalui refleksi dan memerlukan pemicu yang menyebabkan mereka melakukan refleksi. Ketika kognisi siswa menanyakan pada diri sendiri mengapa ia mengalami efek (akibat) tertentu, mereka dapat mengabstraksi penyebab dari efek tersebut dengan memisahkan faktor-faktor yang menghasilkan efek sambil memperhatikan perubahan yang disebabkan oleh sebab yang dipilih (Chun, 2017). Kami menyimpulkan bahwa gambaran umum penalaran reversibel, yakni: siswa secara rekursif menggunakan hasil skema untuk menghasilkan (to produce) penyebab, membangun (to project) hubungan sebab-akibat ke dalam pengalaman baru, memisahkan (to isolate) penyebab agar memperoleh hasil dengan menyusun kembali masalah yang diberikan.

Merekonstruksi proses mental, mengubah arah berpikir (arah langsung ke arah kebalikannya), dan mengembangkan hubungan dua arah memerlukan jenis pertanyaan tertentu

untuk mengungkapkannya (Flanders, 2014). Beberapa peneliti mengembangkan dua model masalah berpasangan (masalah langsung dan terbalik) yang digunakan secara bergantian untuk menyelidiki apakah siswa mampu menyimpulkan hubungan dari masalah tersebut (Flanders, 2014; Krutetskii, 1976; Lee & Hackenberg, 2014; Ramful, 2014; Simon, Kara, et al., 2016; Leslie P Steffe, 2002). Masalah dengan pertanyaan terbalik mengembangkan pemikiran aktif siswa, meskipun terkadang membutuhkan proses untuk menyelesaikannya yang disebabkan cognitive gap yang dialami siswa (Linchevski & Herscovics, 1996; Nathan & Koedinger, 2000; Vergnaud, 1998). Penalaran reversibel dapat terungkap dengan mengembangkan masalah yang dapat menghubungkan dua konsep yang proses dan aturannya dapat digunakan secara bergantian dan masalah yang dapat disajikan dengan berbagai representasi.

Kajian literatur tentang penalaran reversibel terbatas pada menemukan nilai yang hilang pada masalah penjumlahan dan pengurangan, perkalian atau pembagian, atau kuantitas yang tidak diketahui atau menemukan bentuk lain suatu persamaan dengan mengembangkan konsep aljabar 7 dan pecahan (Hackenberg, 2010; Hackenberg & Lee, 2015; Ramful, 2009, 2015; Ramful & Olive, 2008; Leslie P. Steffe & Olive, 2009; Tzur, 2004). Namun kami menganggap bahwa masih sedikit kajian yang mengungkapkan penyebab terjadinya penalaran reversibel. Selain itu belum ada yang mengaitkan penalaran reversibel, khususnya pada masalah matematik di tingkat Universitas, misalkan membangun hubungan eksponen dan logaritma, menemukan θ pada fungsi trigonometri,

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

mensketsa grafik antiturunan berdasarkan turunan yang diketahui, dan hubungan antara fungsi dan invers. Hal tersebut menjadi penting untuk dikembangkan dalam penelitian ini, karena permasalahan di tingkat universitas lebih kompleks dibandingkan di tingkat dasar

Dalam artikel ini, kami terfokus pada masalah invers. Berdasarkan hipotesis awal, kami menduga bahwa penyebab siswa menyelesaikan masalah dengan penalaran reversibel untuk masalah invers, yakni: ketika mereka mengalami hambatan atau tidak mampu melanjutkan proses pemecahan masalah, siswa berusaha menemukan alternatif lainnya (membangun kembali konsep prasyarat dan pengalaman sebelumnya). Hal ini menjadi pengembangan dari temuan Ramful (Ramful, 2009, 2014, 2015) bahwa penalaran reversibel terjadi berdasarkan situasi masalah. Sehingga perlu ditelusuri secara mendalam melalui studi kasus dengan menganalisis hasil kerja, think aloud, wawancara, dan mengungkapkan komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya penalaran reversibel

METODE PENELITIAN (15%)

Dalam penelitian ini, metode kualitatif dengan pendekatan studi kasus yang digunakan untuk pengumpulan data dan analisis. Alasan pemilihan metode ini adalah untuk memahami, mengenali fenomena dan mengungkap hal-hal yang unik dari perilaku mahasiswa dalam menyelesaikan masalah. Analisis kami diperoleh dari serangkaian wawancara dengan satu mahasiswa, Adje (Ad). Ia dipilih dari 34 mahasiswa yang terdaftar dalam kelas yang sama dan berusia 19 tahun. Alasan pemilihannya adalah (1) selama pemberian instrumen awal, ia

mengalami hambatan dan tidak mampu meneruskan proses berdasarkan dugaan awalnya, namun berusaha menemukan solusinya; (2) ia mampu mengkonstruksi kembali pengetahuan sebelumnya dan digunakan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan; dan (3) ia mampu mengkomunikasikan ide yang muncul dalam pikirannya. Berdasarkan analisa awal, kami menduga bahwa konsepsi Ad dapat memberikan wawasan tentang proses terjadinya penalaran reversibel.

Pengembangan Tes

Untuk memperoleh gambaran proses terjadinya penalaran reversibel peserta, kami meminta Ad untuk mengerjakan kembali tugas yang telah kami kembangkan dengan memodifikasi instrumen dari penelitian sebelumnya (Tabel 1). Kami menggunakan instrumen Paoletti (Paoletti, 2015; Paoletti, Stevens, Hobson, Moore, & LaForest, 2018) untuk tugas 1 dengan menggunakan fungsi polinomial. Tugas tersebut kami bedakan dengan tugas yang digunakan selama penyelidikan awal, karena kami menginginkan peserta keluar dari situasi yang sering mereka hadapi dan memunculkan penalaran reversibel secara alami. Kami menyajikan masalah dengan situasi baru yang memungkinkan mereka membalikkan pemikiran dari situasi masalah yang berbeda dari biasanya, mengembangkan pemikirannya pada masalah dengan situasi yang baru, dan mengubah sudut pandanginya.

Tabel 1. Pengembangan tugas

| Tugas | Karakteristik Tugas | Solusi yang Mungkin |
|---|--|---|
| Tugas #1: Jika $f(x) = \frac{x^2+2x+6}{x^2+x-5}$ dan $f^{-1}(2) = x$. Jelaskan | Mahasiswa perlu memahami hubungan antara $f(x) = y$ setara | Tugas tersebut menanyakan nilai x dari $f^{-1}(2) = x$ setara |

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

| Tugas | Karakteristik Tugas | Solusi yang Mungkin |
|---------------------------------------|------------------------|---------------------|
| bagaimana anda menentukan nilai x ? | dengan $f^{-1}(y) = x$ | dengan $f(x) = 2$. |

Prosedur Pengumpulan Data

Wawancara berbasis tugas digunakan untuk mengumpulkan data tentang proses terjadinya penalaran reversibel (Goldin, 2000). Kami menekankan pada subjek bahwa kami tidak peduli dengan jawabannya apakah benar atau salah dan kami meminta mereka untuk melakukan “think aloud” selama menyelesaikan tugas (Creswell, 2012; Miles, Huberman, & Saldana, 2014). Wawancara dilakukan selama 30-60 menit dan dilakukan setiap akhir pekan. Ad diminta untuk menjawab semua tugas dan menjawab pertanyaan tambahan yang diajukan oleh peneliti mengenai alasan, strategi yang digunakan dan hal-hal yang membantu mereka selama menyelesaikan tugas. Selama wawancara, mereka bebas mengungkapkan tanggapan terkait tugas yang diberikan. Wawancara tersebut direkam dengan menggunakan audio dan video untuk analisis lebih lanjut.

Analisis Data

Sebelum melakukan analisis, kami memberikan gambaran umum tentang pengembangan kerangka analitik yang digunakan untuk mengkodekan dan menganalisis sumber data. Pengkodean yang dikembangkan menggunakan data pemikiran mahasiswa. Kami memulai analisis data setelah seluruh sesi wawancara dilakukan dan menggunakan pengkodean awal (*initial coding*) dari rekaman wawancara. Kami mendengarkan rekaman wawancara, hasil kerja, dan mentranskrip sesuai kebutuhan. Fokus dari pengkodean ini

adalah apa yang menyebabkan mereka mengubah sudut pandang dari situasi masalah yang diberikan. Semua data wawancara dikumpulkan, rekaman audio dan video ditranskrip, dan salinan hasil kerja mahasiswa digabungkan dengan setiap transkrip. Semua bentuk data dianalisis secara sistematis dan secara independen dikodekan sesuai dengan karakteristik penalaran *reversibel* yang dilakukan mahasiswa (Creswell, 2012; Miles et al., 2014). Untuk tugas mahasiswa dianalisis dengan menentukan apakah Ad berhasil menyelesaikan setiap tugas, mengidentifikasi penyebab mereka mengubah sudut pandangnya, dan strategi yang digunakan dalam mengubah sudut pandang tersebut.

Untuk analisis data, kami menggunakan metode analisis tematik yang dikembangkan Braun & Clarke (Braun & Clarke, 2006), tujuannya adalah mengidentifikasi pola-pola tema melalui serangkaian data yang ada untuk menjawab pertanyaan penelitian yang diajukan. Pola dari tema diidentifikasi melalui proses yang sangat teliti dari pengenalan data (*data familiarization*), pengkodean data, dan pengembangan tema dan revisi. Metode ini disusun dalam enam tahap (Braun & Clarke, 2006). Pertama, kami membaca transkrip wawancara secara berulang-ulang. Kedua, mengembangkan kode awal dengan mencari kata atau frasa yang menunjukkan bahwa partisipan mengubah sudut pandangnya dari situasi masalah yang diberikan. Ketiga, menentukan tema dengan membuat, menetapkan, memodifikasi kode untuk memahami hubungan-hubungannya dan mengembangkan tema potensial. Berdasarkan kode awal, kami membandingkan kutipan-kutipan yang terkait untuk mencari tema-tema diantara kode-kode.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

Keempat, meninjau kembali tema dengan mengidentifikasi tema-tema pada tahap sebelumnya, membahas kesesuaiannya dengan data, mendiskusikan tema. Beberapa tema mengalami perubahan pada penamaan atau deskripsi, selain itu kami menghapus tema yang tidak memiliki bukti yang untuk membuktikan bahwa partisipan melakukan penalaran *reversibel*. Kelima, mendefinisikan dan menamakan tema-tema. Kami mendefinisikan tema dengan memasukan ide utama dan membuat uraian tentang masing-masing tema (Dapat dilihat pada Tabel 2). Bagian ini sangat penting untuk menjawab pertanyaan penelitian. dan Keenam, menghasilkan laporan.

Tabel 2. Pengembangan tema penalaran *reversibel*

| Tema | Deskripsi | Frasa yang digunakan |
|----------|---|---|
| Intuitif | secara intuitif dalam menyimpulkan masalah yang dihadapi berdasarkan pengetahuan yang dimiliki atau pengalaman sebelumnya | “masalah ini menggunakan konsep ini” |
| Analitik | <ul style="list-style-type: none"> Eksplorasi mereduksi kompleksitas masalah dan hasil reduksi digunakan untuk menarik kesimpulan Konvergen/ Deklinasi Mengidentifikasi kasus-kasus khusus (keluar dari konteks masalah) dan hasilnya | <p>“saya coba mengubah masalahnya seperti ini”</p> <p>“misalkan saya mengambil contoh lain”</p> |

| Tema | Deskripsi | Frasa yang digunakan |
|----------|---|-----------------------------|
| Refraksi | digunakan untuk membandingkan dengan masalah yang dihadapi. perubahan sudut pandang yang terjadi karena adanya hambatan, tidak mampu melanjutkan proses pemecahan masalah, dan adanya pemikiran metakognitif untuk mengembangkan strategi heuristik | “sepertinya ada yang salah” |

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk menjawab pertanyaan penelitian, pertama kami membahas tanggapan Ad terhadap tugas 1. Berdasarkan tanggapan tersebut, kami mengembangkan model penalaran *reversibel* Ad dengan menyelidiki pemecahan masalah yang dikembangkan Yimer & Ellerton (Yimer & Ellerton, 2010), yakni bagaimana ia menganalisa masalah, merumuskan hasil analisa untuk eksplorasi lebih lanjut, implementasi, melakukan evaluasi, dan refleksi. Fokus kami adalah apakah Ad memiliki skema antisipasi dalam menyajikan kembali pengalaman sebelumnya melalui refleksi, apa yang menyebabkan ia melakukan refleksi dan pada akhirnya terjadi perubahan sudut pandang. Hal tersebut dapat menjawab pertanyaan penelitian: bagaimana proses terjadinya penalaran *reversibel*.

Solusi Ad untuk masalah invers

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

Tabel 2 menunjukkan kutipan dari Ad tentang masalah invers, terkait dengan perilaku dan fase pemecahan masalah dan Gambar 2 menunjukkan hasil penyelesaian. Ad memulai dengan membaca masalah (1) dan menyajikan kembali masalah (2), sehingga membangun pemahaman tentang masalah tersebut. Ia mengungkapkan bahwa ia pernah menemukan masalah seperti ini sebelumnya (3) dan menggarisbawahi ide utama pada masalah (4). Hasil pengalaman sebelumnya digunakan untuk menyelidiki masalah (5) yakni menemukan invers dengan mengganti $f(x)$ sama dengan y . Setelah melakukan analisa masalah, ia mengimplementasikan melalui operasi prosedural dengan melakukan perkalian dan mengelompokkan variabel yang sejenis dengan variabel x^2 dan x disisi sebelah kiri tanda sama dengan, sedangkan variabel konstanta disebelah kanannya (6 – 7). Ia mencoba menghilangkan variabel x nya, namun ia mengalami kendala (8). Hal tersebut menyebabkan ia kembali memeriksa langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan (9). Selanjutnya ia membuat dugaan bahwa dengan memindahkan variabel konstanta ke sebelah kiri tanda sama dengan, maka masalah tersebut dalam bentuk persamaan kuadrat dan dapat dicari dengan memfaktorkan (10 – 12). Ia berusaha melakukan memfaktorkan tetapi hal tersebut tidak berhasil karena bentuk persamaan kuadrat yang diperoleh terlalu kompleks, sehingga ia mengalami hambatan untuk melanjutkan proses penyelesaian (13). Ia merefleksi kembali tujuan awal dengan menggunakan strategi mengganti $f(x)$ dengan y yang didasarkan pada pengalaman sebelumnya (14).

Ia merasa tertantang untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan membaca kembali masalah (15), mengingat kembali masalah yang pernah diselesaikan sebelumnya (16) dan menyimpulkan tingkat kesulitan masalah yang dihadapi dibandingkan dengan masalah sebelumnya (17). Ia menggarisbawahi dan menyoroti inversnya sebagai ide utama dan mencoba mencari hubungan antara fungsi dan invers dengan mengidentifikasi kasus-kasus khusus di luar dari masalah, misalkan untuk $f(x) = x + 1$ dan $f(x) = x^2$ (18 – 20). Frasa yang digunakan dalam mengidentifikasi kasus tersebut adalah “kalau $f^{-1}(2)$ dari f ini [menunjuk $f(x) = x + 1$], maka x sama dengan 1”, “kalau $f(1)$ berarti hasilnya 2”, begitupun dengan kasus lainnya (untuk $f(x) = x^2$), dilakukan secara berulang-ulang. Hasil dari identifikasi kasus tersebut ditemukan dugaan awal bahwa “berapa x yang menghasilkan 2” (21). Ia mencoba membuktikan dugaan tersebut yang dibandingkan dengan masalah yang dihadapi, menjustifikasi dengan memvisualisaikannya ke dalam diagram venn (22 – 23) dan pada akhirnya menemukan hubungan antara fungsi dan invers yang digunakan untuk menyelesaikan masalah melalui operasi prosedural dan menemukan solusi (25 – 28).

Ketika ia mencoba menjustifikasi solusi ia tidak yakin dengan solusi yang didapatkan, sehingga ia melakukan refleksi dengan mensubstitusi nilai x dan kedua-duanya menghasilkan 2 (29 – 30). Ia menunjukkan kegembiraan tentang betapa sulitnya masalah itu dan tidak menduga proses pemecahan masalah yang dilakukan seperti itu (31). Ia merefleksi cara yang dilakukan sebelumnya mungkin menghasilkan solusi yang sama, namun ia tidak

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

mampu meneruskan proses penyelesaiannya.

Tabel 2. Keterangan tabel ditulis rata kanan kiri (*justify*), apabila nama tabel lebih dari 1 baris maka ditulis seperti ini.

| Kutipan | Perilaku | Fase |
|---|---|---------------------|
| (1) Membaca ulang masalah dengan keras | Membaca masalah | Menganalisa masalah |
| (2) Diminta untuk menemukan nilai x dari $f^{-1}(2)$ | Mengemukakan kembali masalah | |
| (3) Saya pernah menyelesaikan masalah ini sebelumnya | Menilai kesamaan masalah | |
| (4) Inikan invers [menggarisbawahi] | Mengidentifikasi ide utama pada masalah | |
| (5) Saya pikir harus mencari inversnya dulu, misalkan $f(x)$ diganti y | Menyelidiki masalah | |
| (6) Jadi y sama dengan $\frac{x^2+2x+6}{x^2+x-5}$, ini bisa dikalikan | Melakukan operasi prosedural | Implementasi |
| (7) Saya mengelompokkan variabel yang sejenis | | |
| (8) Dibagi dengan x | | |
| (9) Tunggu, sepertinya saya lupa | Memeriksa langkah-langkah yang ia lakukan | |
| (10) Oh yah, ini bisa difaktorkan kayaknya | Membuat dugaan | |
| (11) Hmm...[diam selama 15 detik] Bagaimana yah? [menuliskan $(y-1)x^2 + (y-2)x = 6 + 5y$] | Mengalami hambatan | |
| (12) Oh.. berarti ini menjadi satu dan bisa difaktorkan | Mengidentifikasi ide baru | |
| (13) Sebentar... [diam 15 detik] gimana yah, sepertinya saya terhenti disini, ini sebenarnya tidak difaktorkan | Mengalami hambatan untuk melanjutkan proses | Evaluasi |
| (14) Rencananya saya mau jadikan x nya menjadi satu di salah satu sisi dan tinggal diganti dengan f^{-1} nya | Melakukan refleksi | |
| (15) Disini diketahui $f(x)$ nya dan tentukan x dari $f^{-1}(2)$ | Membaca kembali masalah | Menganalisa masalah |
| (16) Kalau soal sebelumnya $f(x)$ tidak seperti ini, dan biasanya saya kerja dengan cara seperti ini | Mengingat kembali kesamaan masalah | |
| (17) Sepertinya ini lebih sulit dari sebelumnya | Menilai kesulitan masalah sebelumnya | |
| (18) Tunggu sebentar ... saya lihat kayaknya f^{-1} bisa saya | Menyelidiki kembali ide utama | |

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

| buat hubungan | | |
|---------------|--|--|
| (19) | Kalau misalkan $f(x)$ sama dengan $x + 1$, $f^{-1}(2)$ adalah berapa nilai x yang menghasilkan 2, berarti x sama dengan 1 | Mengidentifikasi kasus-kasus khusus (keluar dari konteks masalah) |
| (20) | Saya coba kalau $f(x)$ sama dengan x^2 , x nya dalam bentuk akar | |
| (21) | Artinya x yang hasilnya 2 | Menyimpulkan dugaan awal berdasarkan identifikasi kasus-kasus khusus |
| (22) | Oh sebentar, kalau misalnya $f^{-1}(2)$ sama dengan x . artinya 2 sama dengan $f(x)$ | Membandingkan dugaan awal dengan masalah yang dihadapi |
| (23) | Invers dari 2 itu kan x , kalau misalnya digambar x disini [sebagai domain] dan 2 disini [sebagai range]. Ini $f(x)$ dan ini inversnya. Berarti untuk menemukan x dengan cara ini. | Menjustifikasi ide baru |
| (24) | Ohh..ternyata seperti ini | Menilai kesulitan |
| (25) | Jadi 2 sama dengan $f(x)$ | Menemukan strategi untuk menyelesaikan masalah |
| (26) | Ini 2 sama dengan $\frac{x^2+2x+6}{x^2+x-5}$, berarti $2x^2 + 2x - 10 = x^2 + 2x + 6$ | Melakukan operasi prosedural |
| (27) | Sisi yang sebelah kanan dipindahkan ke kiri, jadi $x^2 - 16 = 0$ | |
| (28) | Jadi x adalah 4 dan -4 | Menemukan solusi |
| (29) | <i>Tunggu</i> , apa bisa nilai x ada 2. Saya pikir ini benar | Menjustifikasi solusi |
| (30) | <i>Kalau</i> saya ganti x dengan 4 dan -4 disini, hasilnya adalah 2. Sesuai | |
| (31) | Ini menantang, saya tidak menduga bisa berpikir sejauh ini | Menilai kesulitan |
| (32) | Mungkin dengan cara sebelumnya bisa digunakan, tapi ini lebih mudah | Merefleksi proses |

Pertanyaan penelitian dalam artikel ini adalah bagaimana proses terjadinya penalaran *reversible*? Kami menemukan faktor yang penyebab Ad melakukan penalaran *reversibel* pada masalah invers; pertama. analisa masalah secara intuitif mengakibatkan Ad mengalami hambatan dan tidak

mampu melanjutkan proses penyelesaian; kedua, adanya peranan metakognitif untuk membangun hubungan sebab-akibat dengan menganalisa kembali masalah dan mengembangkan strategi heuristik lainnya. Analisa masalah secara intuitif terlihat ketika Ad membandingkan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

masalah yang dihadapi dengan pengalaman sebelumnya dalam menyelesaikan masalah invers dengan menggunakan strategi umum, yakni menukar variabel independen (x) dan dependen (y) dari fungsi asli dan penyelesaian untuk variabel dependen didefinisikan sebagai fungsi asli. Hal ini merupakan salah satu dekomposisi genetik dari temuan Paoletti dkk (Paoletti et al., 2018) tentang makna invers sebagai tindakan menukar x dan y dan penyelesaiannya untuk y . Berdasarkan teori skema antisipasi (Ron Tzur, 2011; Simon, Kara, et al., 2016; Simon, Placa, et al., 2016; Tzur, 2007; Tzur & Simon, 2004), analisis masalah secara intuitif mengakibatkan Ad berusaha mencapai pengalaman sebelumnya didasarkan pada kesamaan (familiaritas) sehingga tidak membangun makna invers sebagai kebalikan dari proses fungsi.

Dalam teori dual-proses yang dikembangkan Leron (Leron & Hazzan, 2009; Leron & Paz, 2014), analisa masalah yang dominan pada intuitif menyebabkan terjadinya kesalahan, hambatan, dan miskonsepsi ketika siswa memecahkan masalah. Hal tersebut terjadi pada Ad melalui strategi menukar variabel independen dan dependen yang didasarkan pengalaman sebelumnya, ia mengalami hambatan dan tidak mampu meneruskan proses penyelesaian. Ia tidak memiliki skema antisipasi dalam menguraikan penyelesaian pada x dalam y untuk menemukan akar persamaan polinomial. Karena mengalami hambatan, ada upaya untuk melakukan refleksi dengan mengecek kembali langkah-langkah penyelesaian dan strategi yang digunakan. Hal inilah yang membedakan dengan subjek lainnya, karena terkadang didapatkan mahasiswa yang mengalami kendala dan tidak ada

usaha untuk menemukan alternatif lainnya.

Ad merefleksikan kembali permasalahan dengan melihat urutan aktivitas selama memecahkan masalah, membandingkan kesamaan permasalahan berdasarkan pengalaman sebelumnya, dan menilai tingkat kesulitan. Hal ini sesuai dengan pendapat Sriraman (Sriraman, 2015) bahwa aktivitas mental dalam melakukan refleksi diantaranya menduga dan memeriksa contoh dan non-contoh yang sifatnya plausible, mengaitkan dengan pengalaman sebelumnya, pengambilan keputusan selama dan setelah eksekusi dan verifikasi, memikirkan kesamaan dalam masalah, dan mengabstrakkan kesamaan struktural pada masalah. Sedangkan menurut Tzur (Ron Tzur, 2011; Tzur, 2007) mengungkapkan refleksi pada hubungan aktivitas-efek (activity-effect relationship) merupakan asimilasi dari situasi masalah ke dalam konsepsi, dimana asimilasi menetapkan tujuan (menghasilkan nilai x dari $f^{-1}(x)$) dan memanggil urutan aktivitas (Strategi menukar variabel independen dan dependen) untuk mencapai tujuan tersebut.

Adanya kesadaran untuk melakukan refleksi dengan menganalisa kembali masalah secara analitik dan mendeteksi kognisi yang salah merupakan salah satu aspek dalam pemikiran metakognisi (Kim, Park, Moore, & Varma, 2013; Yimer & Ellerton, 2010). Hal tersebut dapat memunculkan konsepsi baru untuk membangun hubungan sebab akibat dari masalah fungsi dan invers. Salah satu strategi heuristik yang dilakukan Ad adalah mereduksi kompleksitas masalah yang ditandai dengan menyoroti makna invers dan mengidentifikasi kasus-kasus khusus diluar dari konteks masalah

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

($f(x) = x + 1$ dan $f(x) = x^2$), dan menganalogikan kasus tersebut dengan mengungkapkan “kalau $f^{-1}(2)$ dari f ini [menunjuk $f(x) = x + 1$], maka x sama dengan 1” secara berulang-ulang. Berdasarkan analogi, ia menemukan bahwa masalah identik dengan menemukan “berapa x yang menghasilkan 2” dan dibuktikan dengan memvisualisasikan masalah ke dalam diagram venn. Hal ini sejalan dengan pendapat Haciomeroglu (Haciomeroglu, 2007; Haciomeroglu et al., 2009, 2010), Flanders (Flanders, 2014), dan Lubin dkk (Lubin et al., 2015) bahwa memaknai masalah secara verbal dan memvisualisasikan masalah terkadang diperlukan untuk menemukan situasi masalah.

Hasil identifikasi kasus tersebut digunakan untuk membandingkan dengan masalah yang dihadapi (menemukan x dari $f^{-1}(2)$) dan menemukan penyelesaian dari masalah tersebut. Dalam hal ini Ad memaknai invers sebagai kebalikan dari proses fungsi, yang merupakan salah satu dekomposisi genetik yang dikembangkan Paoletti dkk (Paoletti et al., 2018). Karena Krutetskii (Krutetskii, 1976) memaknai penalaran *reversibel* sebagai merekonstruksi arah berpikir, kami menyimpulkan bahwa Ad mengalami perubahan sudut pandang dari tindakan menukar variabel independen dan dependen beralih ke tindakan memaknai invers sebagai kebalikan dari proses fungsi. Adanya hambatan disebabkan analisa masalah secara intuitif dan pemikiran metakognitif merupakan penyebab Ad melakukan penalaran *reversibel*. Hal tersebut mungkin terjadi untuk mahasiswa lainnya.

Berdasarkan teori skema antisipasif yang dikembangkan Steffe & Olive (Lesllie P. Steffe & Olive, 2009),

Hackenberg (Hackenberg, 2012) dan Simon & Tzur (Ron Tzur, 2011; Simon, Kara, et al., 2016; Simon, Placa, et al., 2016; Tzur, 2007; Tzur & Simon, 2004), kami menemukan bahwa sebelum menggunakan hasil skema (fungsi invers) untuk menghasilkan penyebab (invers sebagai kebalikan proses fungsi), siswa melakukan berbagai aktivitas mental melalui refleksi dengan menyajikan kembali pengalaman sebelumnya dan mengembangkan strategi heuristik. Menghasilkan makna invers sebagai kebalikan proses fungsi merupakan upaya Ad membangun hubungan sebab-akibat ke dalam pengalaman baru (mengidentifikasi kasus di luar masalah), dan memisahkan penyebab agar memperoleh hasil dengan menyusun kembali masalah (membandingkan hasil identifikasi di luar masalah). Selain itu, jika ditinjau dari teori dual-proses (Sistem 1 dan Sistem 2) (Leron & Hazzan, 2009; Leron & Paz, 2014), apa yang ditunjukkan Ad merupakan kemajuan berpikir dengan memberikan peran analitik sebagai monitor dan kritik untuk mengoreksi atau mengganti analisa secara intuitif (perubahan dari Sistem 1 ke Sistem 2).

KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menyelidiki kasus khusus pada Ad tentang proses terjadinya penalaran *reversibel* pada masalah invers. Proses terjadinya penalaran *reversibel* adalah Ad mengalami hambatan yang disebabkan analisa masalah secara intuitif dan tidak mampu melanjutkan proses penyelesaian. Selanjutnya, adanya pemikiran metakognitif dengan menyadari bahwa perlu menganalisa kembali masalah secara analitik. Kami mencatat perubahan sudut pandang

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm>

untuk makna invers, yakni: pertama, Ad tidak memiliki skema antisipasi dalam menguraikan penyelesaian x dan y untuk menemukan akar persamaan polinomial ketika memaknai invers sebagai tindakan menukar variabel independen dan dependen; dan kedua, Ad mengembangkan strategi heuristik lainnya dengan mereduksi kompleksitas masalah, mengidentifikasi kasus khusus diluar dari konteks masalah, dan hasil identifikasi kasus tersebut digunakan untuk membandingkan dengan masalah yang dihadapi untuk menemukan makna invers sebagai kebalikan dari proses fungsi.

Dari hasil pengembangan penelitian sebelumnya, kami menemukan bahwa penalaran *reversibel* tidak hanya sensitif pada sifat numerik dari parameter masalah, tetapi dapat dikonstruksi berdasarkan hubungan sebab-akibat (Ramful, 2009, 2014, 2015), dan perlu ada pemicu untuk menemukan jalur alternatif dalam membalikkan situasi masalah (Flanders, 2014; Haciomeroglu et al., 2009, 2010). Selain itu kami sependapat bahwa skema antisipasi merupakan prasyarat terjadinya penalaran *reversibel* (Jackenberg, 2010; Ron Tzur, 2011; Simon, Kara, et al., 2016; Simon, Placa, et al., 2016; Tzur & Simon, 2004). Terakhir, Penalaran *reversibel* yang ditunjukkan Ad merupakan salah satu tipe yang kami temukan dalam penelitian ini. Kami menggunakan istilah “refraksi” yakni perubahan sudut pandang yang terjadi karena adanya hambatan, tidak mampu melanjutkan proses pemecahan masalah, dan adanya pemikiran metakognitif untuk mengembangkan strategi heuristik.

Kami mencatat beberapa hal penting untuk penelitian selanjutnya, yakni kami menduga masih ada beberapa tipe penalaran *reversibel*

khususnya untuk mahasiswa yang tidak secara langsung mengalami hambatan, ada kemungkinan mereka melakukan penalaran *reversibel* dalam menyelesaikan masalah. Meskipun kami fokus pada masalah invers, penalaran *reversibel* dapat diselidiki untuk konsep lainnya, misalkan pada kalkulus, yakni, menemukan fungsi asli berdasarkan turunan fungsi yang diketahui atau mensketsa grafik fungsi berdasarkan grafik fungsi turunan. membangun hubungan antara proses differensiasi dan integrasi.

DAFTAR PUSTAKA

ANALISIS PROSES TERJADINYA PENALARAN REVERSIBEL UNTUK MASALAH INVERS

ORIGINALITY REPORT

11%

SIMILARITY INDEX

8%

INTERNET SOURCES

6%

PUBLICATIONS

9%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

| | | |
|---|---|-----|
| 1 | Submitted to iGroup Student Paper | 8% |
| 2 | Martin A. Simon, Melike Kara, Nicora Placa, Arnon Avitzur. "Towards an integrated theory of mathematics conceptual learning and instructional design: The Learning Through Activity theoretical framework", The Journal of Mathematical Behavior, 2018 Publication | 1% |
| 3 | repository.uhamka.ac.id Internet Source | <1% |
| 4 | Submitted to Forum Komunikasi Perpustakaan Perguruan Tinggi Kristen Indonesia (FKPPTKI) Student Paper | <1% |
| 5 | repository.unisba.ac.id:8080 Internet Source | <1% |
| 6 | qdoc.tips Internet Source | <1% |

7

journal2.um.ac.id

Internet Source

<1%

8

digilib.unimed.ac.id

Internet Source

<1%

9

fmipa.uny.ac.id

Internet Source

<1%

10

teamseoblasteo321.com

Internet Source

<1%

11

idoc.pub

Internet Source

<1%

Exclude quotes Off

Exclude matches Off

Exclude bibliography Off