

BERPIKIR RELASIONAL MAHASISWA PADA MATERI FUNGSI POLINOMIAL

Saidah Ajilatun Nahdawiyah¹, Toto Nusantara², Rustanto Rahardi³

¹Mahasiswa Pascasarjana Universitas Negeri Malang, Malang, Indonesia
^{2,3}Dosen FMIPA Universitas Negeri Malang, Malang, Indonesia

*Corresponding author. Jl. Semarang V, 65145, Malang, Indonesia

E-mail: nahdawiya@gmail.com¹⁾

toto.nusantara.fmipa@um.ac.id²⁾

rustanto.rahardi.fmipa@um.ac.id³⁾

Received 27 January 2023; Received in revised form 25 August 2023; Accepted 21 September 2023

Abstrak

Salah satu hal penting dalam penyelesaian masalah matematika adalah proses berpikir. Terdapat dua pengetahuan yang digunakan dalam pemecahan masalah, yaitu pengetahuan prosedural dan pengetahuan konseptual. Seseorang yang menggunakan pengetahuan konseptual dalam menyelesaikan masalah dikatakan berpikir relasional. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif yang bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir relasional mahasiswa ketika menyelesaikan soal matematika pada materi fungsi polinomial berdasarkan tahap proses berpikir pada teori Mason. Pengumpulan data dilakukan dengan memberikan tes proses berpikir relasional yang berupa soal mengenai fungsi polinomial dan wawancara. Pemilihan subjek penelitian menggunakan strategi *maximal variation sampling*, yaitu dengan mencari sampel kasus atau individu yang memiliki perbedaan dalam hal karakteristik. Hasil penelitian yang diperoleh menunjukkan bahwa terdapat tiga karakteristik mahasiswa yang berbeda dalam menyelesaikan soal yang diberikan. Mahasiswa yang menggunakan teorema faktor dan teorema sisa ketika menyelesaikan soal melakukan aktivitas berpikir relasional dengan mengajukan dugaan penyelesaiannya. Sedangkan mahasiswa yang menggunakan metode substitusi dan eliminasi ketika menyelesaikan soal belum dapat berpikir relasional. Kesimpulan yang diperoleh adalah proses berpikir relasional yang dimiliki setiap mahasiswa dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial berbeda satu sama lain, proses berpikir relasional juga dapat mempengaruhi hasil dari pengerjaan mahasiswa tersebut.

Kata kunci: Berpikir relasional; fungsi polinomial; teori mason.

Abstract

One of the important things in solving mathematical problems is the thinking process. There are two types of knowledge used in problem solving, namely procedural knowledge and conceptual knowledge. Someone who uses conceptual abilities to solve problems is said to think relationally. This research is a descriptive qualitative research that aims to describe students' relational thinking process in solving mathematics problems of polynomial function material based on the thought process stages of Mason's theory. The research data was harvested from written questions and interviews. The selection of research subjects used a maximal variation sampling strategy, namely by looking for samples of cases or individuals who had differences in terms of characteristics. The research results obtained are that there are three different characteristics of students in solving the given problems. Students who use the factor theorem and the remainder theorem when solving problems carry out relational thinking activities in proposing their alleged solutions. Meanwhile, students who use the substitution and elimination methods when solving problems have not been able to think relationally. The conclusion obtained is that each student's relational thinking process in solving problem polynomial function problems is different from one another, the relational thinking process can also affect the results of the student's work.

Keywords: Mason's theory; polynomial functions; relational thinking.



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

PENDAHULUAN

Salah satu tujuan pembelajaran matematika berdasarkan Standar Isi (SI) adalah supaya seseorang memiliki kemampuan untuk memecahkan masalah (Irianti, dkk., 2016), sehingga pemecahan masalah menjadi hal yang sangat penting dalam pembelajaran matematika (Aripin, dkk., 2021). Namun, pada kenyataannya masih banyak mahasiswa yang melakukan kesalahan-kesalahan pada saat menyelesaikan masalah matematika, salah satunya pada materi fungsi polinomial. Beberapa penelitian yang menunjukkan banyaknya mahasiswa yang melakukan kesalahan ketika menyelesaikan soal pada materi fungsi polinomial adalah penelitian milik Santosa dan Kadarmanto (2022) yang mana diperoleh 52% mahasiswa mengalami kesulitan memahami materi fungsi polinomial sehingga banyak terdapat kesalahan ketika menyelesaikan soal yang terkait. Pada penelitian Rahmawati, dkk. (2021) diketahui kurang penguasaan konsep mahasiswa terhadap materi yang dipelajari mengakibatkan 39,4% mahasiswa mengalami kesalahan konseptual saat menyelesaikan soal fungsi polinomial.

Berdasarkan beberapa penelitian tersebut, dapat disimpulkan bahwa salah satu faktor yang menyebabkan banyaknya kesalahan ketika menyelesaikan permasalahan matematika adalah mahasiswa kurang memahami konsep pada materi yang diberikan. Menurut Bintang, dkk. (2020) terdapat dua pengetahuan yang digunakan dalam pemecahan masalah, yaitu pengetahuan prosedural yang mana seseorang dalam menyusun uraian pemikiran dalam bentuk langkah-langkah sistematis untuk menyelesaikan masalah dan kemampuan konseptual dimana seseorang meng-hubungkan antar

elemen penyusun sehingga membentuk sebuah konsep pemecahan masalah. Seseorang yang menggunakan pengetahuan konseptual dalam menyelesaikan masalah dikatakan berpikir relasional (Wardani, 2021).

Berpikir relasional merupakan proses mental yang ditandai dengan membangun keterkaitan diantara unsur-unsur informasi yang diberikan dengan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya maupun pengetahuan tentang sifat-sifat atau struktur matematika untuk menyelesaikan masalah matematika (Tafrilyanto, 2016). Berdasarkan pendapat tersebut dapat dikatakan bahwa berpikir dan pemecahan masalah merupakan dua hal yang berkaitan, karena seseorang melakukan proses berpikir ketika melakukan tahapan dalam pemecahan masalah (Cahyati dan Siswono, 2022). Terdapat tiga tahapan berpikir ketika menyelesaikan masalah matematika yang diutarakan oleh Mason, yaitu tahap *entry*, *attack*, dan *review* (Natalliasari, dkk., 2023).

Penelitian berpikir relasional dalam menyelesaikan masalah matematika telah banyak dilakukan sebelumnya. Salah satunya penelitian milik Wantika (2019) yang mengamati gambaran secara rinci tentang berpikir relasional mahasiswa dalam memecahkan masalah matematika yang ditinjau berdasarkan kemampuan baik dan rendah. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan baik dinilai telah berpikir relasional, sedangkan bagi mahasiswa dengan kemampuan cukup dinilai tidak berpikir rasional ketika menyelesaikan soal. Pada penelitian sebelumnya, belum ada penelitian tentang proses berpikir relasional dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial berdasarkan Teori Mason. Berdasarkan uraian tersebut, tujuan dari penelitian ini adalah untuk

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

mendeskripsikan proses berpikir rasional mahasiswa dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial berdasarkan tahap-tahap proses berpikir dalam teori Mason.

Penelitian ini perlu dilakukan sebab proses berpikir merupakan salah satu hal terpenting dalam menyelesaikan masalah matematika. Selanjutnya sumber literatur terdahulu banyak menemukan kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah fungsi polinomial sebagian besar disebabkan kurangnya pemahaman konsep. Hal tersebut diindikasikan bahwa mahasiswa belum memiliki pemahaman konseptual dalam berpikir. Hasil penelitian ini diharapkan dapat membantu pengajar mengidentifikasi sejauh mana pemahaman konsep yang mahasiswa miliki dalam menyelesaikan masalah matematika.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir relasional mahasiswa dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial berdasarkan tahap proses berpikir pada teori Mason, sehingga menurut Nazir, dkk. (2014) jenis penelitian ini termasuk penelitian deskriptif. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif, yang mana akan menelusuri proses berpikir relasional mahasiswa dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial (Sugiyono (2018). Subjek penelitian dipilih menggunakan strategi *maximal variation sampling*, yang merupakan suatu teknik *purposeful sampling* ketika peneliti mencari sampel kasus atau individu yang memiliki perbedaan dalam hal karakteristik (Creswell, 2016). Subjek pada penelitian ini terdiri dari 40 mahasiswa semester satu yang mumpuh perkuliahan pengantar aljabar di

Universitas Negeri Malang. Proses yang diamati dalam penelitian ini adalah kegiatan mahasiswa saat menyelesaikan instrumen penelitian yang berupa soal fungsi polinomial dan wawancara setelah proses penyelesaian soal. Data yang diperoleh dalam penelitian ini berupa catatan hasil penyelesaian soal secara tertulis dan hasil wawancara setelah mengerjakan soal yang diberikan. Adapun langkah-langkah dalam menganalisis data sebagai berikut: reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

Langkah awal pada penelitian ini adalah menentukan tempat penelitian dan melakukan observasi, menyusun instrumen tes proses berpikir relasional yang berupa soal matematika pada materi fungsi polinomial dan kunci jawaban, kemudian Menyusun pedoman wawancara. Selanjutnya membagikan instrumen tes, dari hasil yang diperoleh melalui tes dikerjakan oleh mahasiswa, dikelompokkan menjadi tiga kelompok berdasarkan cara penyelesaian soal yaitu dengan menggunakan teorema faktor, teorema sisa, dan metode substitusi dan eliminasi. Kemudian dipilih satu sampel dari masing-masing kelompok untuk melakukan wawancara yang bertujuan memperkuat hasil tes tulisnya. Langkah terakhir adalah menganalisis data yang telah diperoleh dan menarik kesimpulan. Soal yang diberikan berbunyi: “*Diketahui $f(x)$ adalah polinomial berderajat tiga, dengan $(x^2 + x - 12)$ merupakan faktor dari $f(x)$. Jika $f(x)$ dibagi oleh $(x^2 + x - 6)$ bersisa $(-6x + 6)$ maka tuliskan bentuk polinomial tersebut? Kemudian gambarlah grafik dari fungsi polinomial tersebut tersebut dengan menggunakan geogebra.*” Adapun indikator tahap berpikir pada teori Mason yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 1.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

Tabel 1. Indikator dan aspek tahapan proses berpikir teori Mason.

Tahap	Aspek	Indikator
Entry	a. Know	Memahami soal dengan seksama. Mencoba menemukan hal-hal yang terlibat dengan soal seperti apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal.
	b. Want	Ingin mengelompokkan dan mengurutkan informasi. Ingin menyelesaikan soal.
	c. Introduce	Memilih elemen apa saja yang perlu dimisalkan dalam bentuk simbol atau memilih simbol apa yang digunakan. Menyusun apa yang diketahui dari soal.
Attack	d. Try	Mengajukan dugaan mengenai penyelesaian soal. Memodifikasi dugaan yang salah agar menjadi benar.
	e. Maybe	Mencoba dugaan yang telah dibuat apakah dapat menyelesaikan soal atau tidak.
	f. Why	Memiliki alasan logis dalam menerima atau menolak suatu dugaan. Meyakinkan orang lain bahwa setiap langkah penyelesaian yang dilakukan benar secara lisan atau secara tertulis.
Review	g. Check	Mengecek ketepatan perhitungan. Mengecek ketepatan alasan pada langkah penyelesaian. Mengecek kesesuaian langkah penyelesaian dengan pertanyaan.
	h. Reflect	Merefleksikan ide dalam penyelesaian, bagian mana yang sulit dan apa yang dapat dipelajari dari penyelesaian yang dilakukan. Merefleksikan dugaan-dugaan sementara.
	i. Extend	Mencari cara penyelesaian yang lain. Mencoba menyelesaikan permasalahan serupa dengan perubahan fakta dan hal yang diinginkan.

(Wardhani, dkk., 2016).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses Berpikir Mahasiswa Menggunakan Teorema Faktor (M1)

Proses berpikir M1 ketika menyelesaikan soal dapat diamati dengan baik. Saat diminta menjelaskan langkah-langkah untuk memahami soal M1 mampu menjelaskan dengan baik, seperti menyebutkan apa saja informasi yang diketahui dan diperlukan untuk menyelesaikan soal. M1 juga menyimbolkan fungsi polinomial dengan $f(x)$, pembagi atau faktor dengan $P(x)$, hasil bagi dengan $H(x)$, dan sisa dari pembagian dengan $S(x)$. Hasil pengerjaan tersebut dapat dilihat pada Gambar 1.

$$f(x) = P(x) \cdot H(x) + S(x)$$

$$= (x^2 + x - 12) \cdot H(x) + 0 \quad (1)$$

$$f(x) = (x^2 + x - 6) \cdot H(x) + (-6x + 6) \quad (2)$$

$$(x + 3)(x - 2)$$

misal $H(x) = x - a$

Gambar 1. Informasi pada soal M1

Pada saat wawancara M1 menyatakan bahwa membuat persamaan 1 dan 2 yang merupakan bentuk umum persamaan $f(x)$, serta memisalkan $H(x) = x - a$ dengan mengaitkan informasi yang diperoleh dari soal dan pengetahuan yang dia miliki sebelum-

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

nya. M1 mampu menjelaskan informasi yang terdapat pada soal dan mampu menjelaskan langkah yang dilakukan untuk memperoleh informasi yang diperlukan dalam penyelesaiannya. Berdasarkan tahapan *entry*, M1 memenuhi aspek *know* karena dapat memahami soal dengan seksama dan mencoba menemukan informasi pada soal, *want* karena mampu mengurutkan dan mengelompokkan informasi untuk membuat penyelesaian masalah, dan *introduce* karena memisalkan elemen yang perlu disimbolkan pada soal.

Gambar 2 menunjukkan dugaan penyelesaian yang diberikan oleh M1.

Matq :

$$(x^2+x-12)(x-a)+b = (x^2+x-b)(x-a)+(-6x+6)$$

$$x^3-ax^2+x^2-ax+12a = x^3-ax^2+x^2-ax-6x+6a+(-6x+6)$$

$$12a = 6a+6$$

$$6a = 6$$

$$a = 1$$

Gambar 2. Dugaan penyelesaian M1

Terlihat pada pengerjaannya M1 mengajukan dugaan dengan menggunakan teorema faktor di mana M1 menyamakan persamaan 1 dan persamaan 2 yang telah dibuat, karena kedua persamaan tersebut merupakan $f(x)$. Kemudian dia memperoleh $a = 1$ dari hasil pengerjaannya, yang mana hasil tersebut disubstitusikan ke persamaan $H(x)$ yang telah dia misalkan. Sehingga diperoleh $H(x) = x - 1$, hasil yang diperoleh tersebut benar karena $H(x)$ merupakan hasil pembagian dari polinomial berderajat 3 dengan polinomial berderajat 2 selanjutnya diperoleh persamaan polinomial berderajat 1. M1 sudah menjalankan dugaan yang dia ajukan serta memperoleh jawaban yang benar. Hasil pengerjaan tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.

$$f(x) = (x^2+x-12)(x-1)+0$$

$$= x^3-x^2+x^2-x-12x+12$$

$$= x^3-13x+12$$

$$x^3-13x+12=0$$

Gambar 3. Hasil jawaban M1

Pada hasil pengerjaannya M1 menentukan persamaan $f(x)$ dengan mensubstitusikan persamaan 1 pada rumus $f(x) = P(x) \cdot H(x) + S(x)$ dan mengoperasikannya, sehingga memperoleh bentuk $f(x) = x^3 - 13x + 12 = 0$. Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan M1 dapat meyakinkan orang lain bahwa langkah-langkah penyelesaiannya dan hasil yang diperoleh sudah benar, dengan memberikan alasan yang logis berdasarkan konsep pembelajaran yang ada pada materi fungsi polinomial. Sehingga berdasarkan tahap *attack* M1 telah memenuhi aspek *try*, *maybe*, dan *why*. Aspek *try* dan *maybe* terpenuhi karena M1 telah mengajukan dugaan penyelesaian yang benar dan telah menjalankan dugaan tersebut dan memperoleh jawaban yang benar. M1 memenuhi aspek *why* karena telah dapat memberikan alasan yang logis untuk meyakinkan bahwa jawabannya sudah benar.

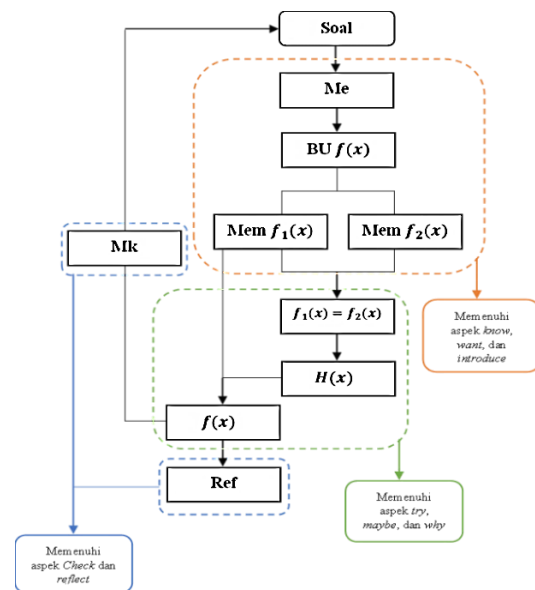
Pada hakikatnya M1 mampu menyelesaikan soal dengan baik sehingga memperoleh hasil yang benar. Menurut pendapat Radiusman (2020) penguasaan konsep pembelajaran sangat penting dimiliki oleh seseorang, karena dengan menguasai konsep pembelajaran dengan baik akan mudah memahami masalah dan mudah untuk menyelesaikan masalah tersebut. Pernyataan ini sesuai dengan mahasiswa yang menyelesaikan soal dengan menggunakan teorema faktor, dia mengerjakan soal dengan menggunakan pengetahuan dan konsep yang dia miliki. Saat

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

mengerjakan soal ini mahasiswa menggunakan konsep dasar pada materi fungsi polinomial dengan mengaitkan teorema faktor pada fungsi polinomial dan informasi-informasi yang terdapat pada soal untuk membuat rencana penyelesaian sehingga mahasiswa tersebut dapat dengan mudah menyelesaikan soal yang diberikan. Berdasarkan pendapat Bintang, dkk. (2020) dapat dikatakan bahwa mahasiswa tersebut menggunakan pemahaman konseptual ketika menyelesaikan soal yang diberikan, karena telah melakukan aktivitas berpikir relasional.

Pada tahap *review* aspek *check* terpenuhi, karena berdasarkan hasil wawancara terhadap M1 dinyatakan bahwa M1 telah memeriksa kembali jawabannya apakah sesuai dengan soal atau tidak. Selain itu M1 juga memenuhi aspek *reflect* karena telah mampu merefleksikan dugaan-dugaan penyelesaiannya dan bagian yang sulit. Gambar 4 menunjukkan tahapan-tahapan berpikir M1 ketika menyelesaikan

kan soal berdasarkan tahapan menurut Teori Mason.



Gambar 4. Struktur tahapan berpikir M1 berdasarkan teori Mason

Supaya lebih jelas, akan disajikan deskripsi mengenai pengkodean untuk struktur berpikir M1 ketika menyelesaikan soal berdasarkan tahapan menurut Mason pada Tabel 2.

Tabel 2. Deskripsi pengkodean struktur berpikir M1 berdasarkan Teori Mason

Kode	Deskripsi
Me	Memahami soal
BU $f(x)$	Menuliskan bentuk umum $f(x)$ dan menyimbolkan elemen yang perlu disimbolkan
Mem $f_1(x)$	Membuat persamaan 1 dari informasi yang terdapat pada soal dan berdasarkan bentuk umum $f(x)$
Mem $f_2(x)$	Membuat persamaan 2 dari informasi yang terdapat pada soal dan berdasarkan bentuk umum $f(x)$
$f_1(x) = f_2(x)$	Mengajukan dugaan penyelesaian yaitu persamaan 1 = persamaan 2 untuk menentukan persamaan $H(x)$
$H(x)$	Memperoleh persamaan $H(x) = x - 1$
$f(x)$	Mensubstitusikan $H(x)$ pada persamaan 1 dan diperoleh $f(x) = x^3 - 13x + 12$
Mk	Memeriksa kembali langkah-langkah pengerjaan dan jawaban yang telah diperoleh
Ref	Merefleksikan dugaan penyelesaian, bagian mana yang sulit dan apa yang dapat dipelajari dari penyelesaian yang dilakukan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

Proses Berpikir Mahasiswa Menggunakan Teorema Sisa (M2)

Proses berpikir M2 ketika menyelesaikan soal dapat diamati dengan baik. Saat diminta menjelaskan langkah-langkah untuk memahami soal M2 mampu menjelaskan dengan baik, seperti menyebutkan apa saja informasi yang diketahui dan diperlukan untuk menyelesaikan soal. M2 juga menyimbolkan fungsi polinomial dengan $f(x)$, pembagi atau faktor dengan $P(x)$, hasil bagi dengan $H(x)$, dan sisa dari pembagian dengan $S(x)$. Pengerjaan tersebut dapat dilihat pada Gambar 5.

$$\textcircled{1} f(x) = p(x) \cdot h(x) + s(x)$$

$$p(x) = x^2 + x - 12$$

Jika dibagi $x^2 + x - 6$

$$\text{Maka } s(x) = -6x + 6$$

Gambar 5. Informasi pada soal M2

Berdasarkan tahapan *entry*, M2 memenuhi aspek *know* karena dapat memahami soal dengan seksama dan mencoba menemukan informasi pada soal, *want* karena mampu mengurutkan informasi untuk membuat penyelesaian masalah, dan *introduce* karena menyusun yang diketahui dan memisalkan elemen yang perlu disimbolkan pada soal.

Pada Gambar 6., M2 memisalkan persamaan $f(x)$ dengan mensubstitusikan persamaan sesuai dengan yang disimbolkan pada bentuk umum yaitu $f(x) = P(x) \cdot H(x) + S(x)$ untuk menentukan fungsi polinomial pangkat tiga.

$$f(x) : (x^2 + x - 12)(x + a) \rightarrow \text{Permisalan}$$

$$: x^3 + ax^2 + x^2 + ax - 12x - 12a$$

$$: x^3 + (a+1)x^2 + (a-12)x - 12a$$

Gambar 6. Permisalan $f(x)$ M2

Terlihat juga M2 memisalkan $H(x) = x - a$, bentuk persamaan yang dimisalkan M2 benar karena $H(x)$ merupakan hasil pembagian dari polinomial berderajat 3 dengan polinomial berderajat 2, sehingga diperoleh persamaan polinomial berderajat 1. M2 sudah menjalankan dugaan penyelesaian yang telah dia ajukan sehingga diperoleh $f(x) = x^3 + (a + 1)x^2 + (a - 12)x - 12$. Selanjutnya M2 mengajukan dugaan untuk menentukan sisa dari $f(x)$ yang diperoleh dengan membaginya dengan $x^2 + x - 6$ sehingga diperoleh $-6x + 6a$. Pengerjaan tersebut dapat dilihat pada Gambar 7.

$$\begin{array}{r} x + a \\ x^2 + x - 6 \overline{) x^3 + (a+1)x^2 + (a-12)x - 12a} \\ \underline{x^3 + x^2 } \\ ax^2 + (a-6)x - 12a \\ \underline{ax^2 + ax - 6a} \\ -6x - 6a \end{array}$$

Gambar 7. Dugaan penyelesaian M2

Pada pengerjaannya M2 juga mengajukan dugaan penyelesaian dengan menggunakan teorema Sisa yaitu bahwa hasil tersebut akan sama dengan $-6x + 6$ yang mana merupakan sisa dari $f(x)$ yang dibagi oleh $x^2 + x - 6$ untuk menentukan nilai a . M2 telah menjalankan dugaan penyelesaian yang telah dia ajukan tersebut sehingga diperoleh $a = -1$ dan mensubstitusikannya ke bentuk umum $f(x)$. Sehingga diperoleh hasil yang benar dan dapat dilihat pada Gambar 8.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Sisa} &: -6x + 6 = -6x - 6a \\ &6 = -6a \\ &-1 = a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Jadi } f(x) &: (x^2 + x - 12)(x - 1) \\ &= x^3 - x^2 + x^2 - x - 12x + 12 \\ &= x^3 - 13x + 12 \end{aligned}$$

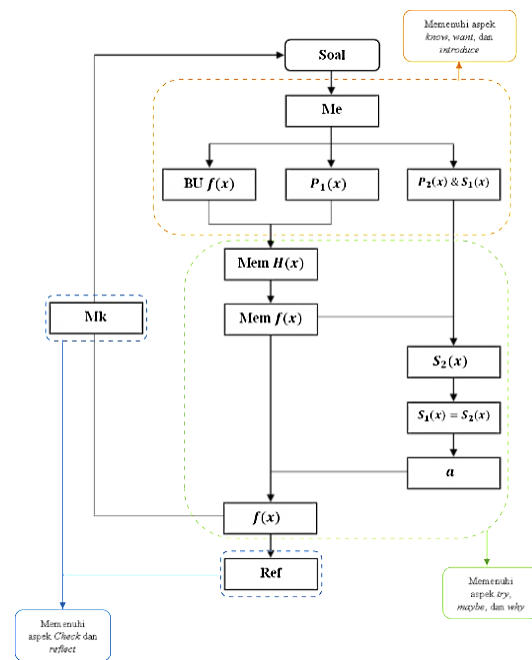
Gambar 8. Hasil jawaban M2

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan M2 dapat meyakinkan orang lain bahwa langkah-langkah penyelesaiannya dan memperoleh hasil yang sudah benar, dengan memberikan alasan yang logis serta mengaitkannya dengan konsep pembelajaran yang ada pada materi fungsi polinomial. Sehingga berdasarkan tahap *attack* M2 telah memenuhi aspek *try*, *maybe*, dan *why*. Aspek *try* dan *maybe* terpenuhi karena M2 telah mengajukan dugaan penyelesaian yang benar dan telah menjalankan dugaan tersebut sehingga menghasilkan jawaban yang benar. M2 memenuhi aspek *why* karena telah dapat memberikan alasan yang logis untuk meyakinkan bahwa jawabannya sudah benar.

Pada hakikatnya mahasiswa ini telah mampu menyelesaikan soal dengan baik sehingga memperoleh hasil yang benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Ananda dan Khabibah (2021), yang mana menyatakan bahwa siswa yang menggunakan informasi-informasi pada soal dan meng-hubungkan dengan konsep-konsep matematika yang diketahuinya maka akan lebih mudah dalam menyelesaikan soal dengan benar dan dapat menjelaskan secara rinci langkah-langkah pengerjaannya. Berdasarkan pendapat Bintang, dkk. (2020) mahasiswa tersebut menggunakan pemahaman konseptual

untuk menyelesaikan masalah yang diberikan, seseorang yang menggunakan pemahaman konseptual berarti telah melakukan aktivitas berpikir rasional.

Pada tahap *review* aspek *check* terpenuhi, karena berdasarkan hasil wawancara terhadap M2 dinyatakan bahwa M2 telah memeriksa kembali jawabannya apakah sesuai dengan soal atau tidak. Selain itu M2 juga memenuhi aspek *reflect* karena telah mampu merefleksikan dugaan-dugaan penyelesaiannya dan bagian yang sulit. Struktur tahapan berpikir M1 dalam menyelesaikan soal menurut Teori Mason disajikan pada Gambar 9.



Gambar 9. Struktur tahapan berpikir M2 berdasarkan Teori Mason

Supaya lebih jelas, akan disajikan deskripsi mengenai pengkodean untuk struktur berpikir M2 ketika menyelesaikan soal berdasarkan tahapan menurut Mason pada Tabel 3.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

Tabel 3. Deskripsi pengkodean struktur berpikir M2 berdasarkan Teori Mason

Kode	Deskripsi
Me	Memahami soal
BU $f(x)$	Menuliskan bentuk umum $f(x)$ dan menyimbolkan elemen yang perlu disimbolkan
$P_1(x)$	Menuliskan informasi yang diketahui pada soal yaitu $P(x) = x^2 + x - 12$
$P_2(x)$ & $S_1(x)$	Menuliskan informasi yang diketahui pada soal yaitu jika dibagi $x^2 + x - 6$, maka $S(x) = -6x + 6$
Mem $H(x)$	Memisalkan persamaan $H(x) = x + a$
Mem $f(x)$	Mensubstitusikan $H(x)$ pada bentuk umum $f(x)$ dan diperoleh permisalan persamaan $f(x)$
$S_2(x)$	Mengajukan dugaan untuk menentukan persamaan $S_2(x)$ dengan membagi $f(x)$ dengan $x^2 + x - 6$
$S_1(x) = S_2(x)$	Mengajukan dugaan untuk menentukan nilai a
a	Diperoleh $a = -1$
$f(x)$	Mensubstitusikan nilai a pada $f(x)$ dan diperoleh $f(x) = x^3 - 13x + 12$
Mk	Memeriksa kembali langkah-langkah pengerjaan dan jawaban yang telah diperoleh
Ref	Merefleksikan dugaan penyelesaian, bagian mana yang sulit dan apa yang dapat dipelajari dari penyelesaian yang dilakukan

Analisis Proses Berpikir Mahasiswa menggunakan metode Substitusi dan Eliminasi (M3)

Diperoleh analisis proses berpikir M3 ketika menyelesaikan soal. Saat diminta untuk menjelaskan langkah-langkah dalam memahami soal M3 mampu menjelaskan dengan baik, seperti menyebutkan apa saja informasi yang diketahui dan diperlukan untuk menyelesaikan soal. M3 juga menuliskan informasi yang diperoleh pada soal dan mengelompokkan informasi yang diperoleh. M3 juga menyimbolkan fungsi polinomial dengan $f(x)$, pembagi atau faktor dengan $P(x)$, hasil bagi dengan $H(x)$, dan sisa dari pembagian dengan $S(x)$. Pengerjaan tersebut dapat dilihat pada Gambar 10.

$$\begin{aligned} ① f(x) &= P(x) \cdot H(x) + S(x) \\ f(x) &= (x^2 + x - 12) \cdot H(x) + 0 \dots ① \\ f(x) &= (x^2 + x - 6) \cdot H(x) + (-6x + 6) \dots ② \end{aligned}$$

Gambar 10. Informasi pada soal M3

Berdasarkan hasil wawancara menunjukkan bahwa M3 mampu menjelaskan langkah yang dilakukan untuk memperoleh informasi yang diperlukan dalam penyelesaiannya. Sehingga pada tahapan *entry*, M3 memenuhi aspek *know* karena dapat memahami soal dengan seksama dan mencoba menemukan informasi pada soal, aspek *want* karena mampu mengelompokkan informasi untuk membuat penyelesaian masalah, dan *introduce* karena dapat memisalkan elemen yang perlu disimbolkan pada soal. Gambar 11 merupakan dugaan penyelesaian yang diberikan oleh M3.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x-2) \cdot H(x) + (-6x+6) \\ \text{untuk } (x+3) \quad x &= -3 \\ f(-3) &= -12 \\ f(2) &= -6 \end{aligned}$$

Gambar 11. Dugaan penyelesaian M3

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

Terlihat pada jawabannya M3 mengajukan dugaan untuk menentukan persamaan polinomial, langkah pertama dengan mensubstitusikan pembagi dari $f(x)$ yang telah difaktorkan pada persamaan dua sehingga di peroleh $f(-3)$ dan $f(2)$. Kemudian M3 memisalkan $H(x)$ dari persamaan pertama yang dia peroleh dengan $ax + b$. Dugaan tersebut benar karena $H(x)$ merupakan hasil pembagian dari polinomial berderajat 3 dengan polinomial berderajat 2, sehingga diperoleh persamaan polinomial berderajat 1. Kemudian M3 mensubstitusikan kembali pembagi dari $f(x)$ yang telah difaktorkan sehingga di peroleh pada persamaan satu untuk menentukan nilai a dan b . M3 telah menjalankan dugaan tersebut namun belum berhasil menyelesaikannya dan hasil yang diperoleh salah karena kesalahan dalam perhitungan. Hal tersebut sejalan dengan penelitian milik Agustina, dkk. (2021) yaitu strategi penyelesaian masalah yang dipilih dapat mempengaruhi kesuksesan siswa dalam memecahkan masalah yang dihadapi. Hasil pengerjaan tersebut dapat dilihat pada Gambar 12.

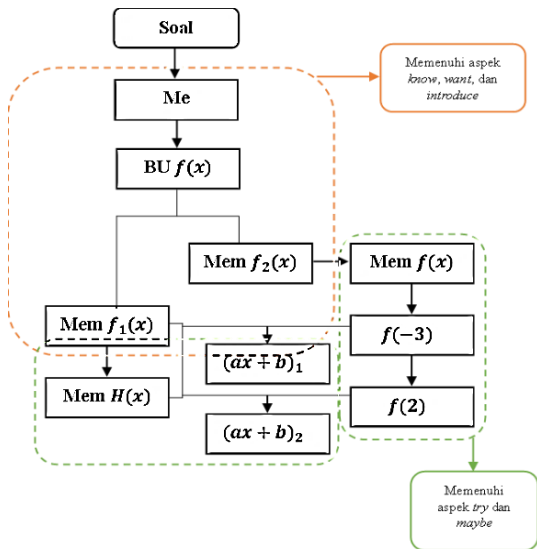
$$\begin{aligned}
 f(-3) &= (9-3-12)(-3a+b) = -12 \\
 &\sim 6(ax+b) = -12 \\
 &-3a+b = -2 \dots (1) \\
 \\
 f(2) &= (4+2-12)(2a+b) = -6 \\
 &-4(2a+b) = -6 \\
 &2a+b = \frac{3}{2} \dots (2) \\
 \\
 (1) - (2) & \\
 -3a+b &= -2 \\
 2a+b &= \frac{3}{2} \\
 \hline
 -5a &= -2 - \frac{3}{2} \\
 5a &= \frac{2}{2} \\
 10a &= 2 \quad \left| \begin{array}{l} a = \frac{2}{10} \\ a = \frac{1}{5} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Gambar 1. Hasil Jawaban M3

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, M3 belum dapat memberikan alasan yang logis untuk meyakinkan orang lain bahwa setiap langkah pekerjaannya benar karena masih ragu dengan pengerjaannya. Diketahui pula bahwa M3 hanya terpaku pada rumus dan cara pengerjaan yang dia ketahui dan ingat saja. Hal ini didukung oleh pendapat Ulpa, dkk. (2021) yang menyatakan bahwa, siswa yang mengerjakan soal dengan menggunakan rumus umum biasanya akan sulit untuk menyelesaikan soal. Ketika dihadapkan dengan permasalahan yang lain siswa kebingungan untuk nentukan langkah-langkah yang harus diambil sehingga memperoleh hasil jawaban yang salah bahkan tidak mampu menyelesaikan soal yang diberikan. Hal tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut memiliki pemahaman instrumental, yang mana menurut pendapat Utomo dan Huda (2020) pemahaman instrumental merupakan suatu pemahaman atas membedakan beberapa konsep sebagai pemahaman konsep yang terpisah dan hanya hafal rumus dalam melakukan perhitungan sederhana. Selain itu, menurut Sidik, dkk. (2021) menyatakan bahwa siswa yang tidak memahami konsep soal ataupun suatu materi pasti akan keliru dalam perhitungannya. Sehingga menurut pendapat Bintang, dkk. (2020) mahasiswa tersebut menggunakan pemahaman prosedural untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Sehingga pada tahap *attack* dapat disimpulkan bahwa M3 memenuhi aspek *try* dan *maybe*.

Gambar 13 menunjukkan struktur tahapan berpikir M3 ketika menyelesaikan soal berdasarkan tahapan menurut Teori Mason.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>



Gambar 13. Struktur tahapan berpikir m3 berdasarkan teori Mason

Sehingga agar lebih jelas, disajikan deskripsi mengenai pengkodean untuk struktur berpikir M3 ketika menyelesaikan soal berdasarkan tahapan menurut Mason pada Tabel 4.

Tabel 4. Deskripsi Pengkodean Struktur Berpikir M3 Berdasarkan Teori Mason

Kode	Deskripsi
Me	Memahami soal
BU $f(x)$	Menuliskan bentuk umum $f(x)$ dan menyimbolkan elemen yang perlu disimbolkan
$f_1(x)$	Membentuk persamaan 1 dari informasi yang diketahui pada soal dan bentuk umum $f(x)$ yaitu $f(x) = (x^2 + x - 12) \cdot H(x) + 0$
$f_2(x)$	Membentuk persamaan 2 dari informasi yang diketahui pada soal dan bentuk umum $f(x)$ yaitu $f(x) = (x^2 + x - 6) \cdot H(x) + (-6x + 6)$
Mem $f(x)$	Memisalkan persamaan $f(x)$ dengan memfaktorkan pembagiannya dan diperoleh $f(x) = (x + 3)(x - 2) \cdot H(x) + (-6x + 6)$
Mem $H(x)$	Memisalkan $H(x) = ax + b$
$(ax + b)_1$	Mensubstitusikan $H(x)$ dan nilai $f(-3)$ pada persamaan 1 untuk memperoleh nilai a dan b
$(ax + b)_2$	Mensubstitusikan $H(x)$ dan nilai $f(2)$ pada persamaan 2 untuk memperoleh nilai a dan b

Hasil penelitian menunjukkan bahwa diperoleh tiga karakteristik mahasiswa yang berbeda dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial, yaitu dengan menggunakan teorema faktor, teorema sisa, dan metode substitusi dan eliminasi. Berdasarkan informasi-informasi dari hasil tes dan wawancara, mahasiswa yang menggunakan teorema faktor dan teorema sisa ketika menyelesaikan soal melakukan aktivitas berpikir relasional yang ditunjukkan dengan mengajukan dugaan penyelesaian dengan cara mengaitkan konsep matematika yang telah dipelajari sebelumnya dengan informasi-informasi yang ada pada soal dan dapat men-

jalankan dugaan penyelesaian tersebut dengan baik dan benar. Sedangkan mahasiswa yang menggunakan metode substitusi dan eliminasi ketika menyelesaikan soal cenderung berpaku pada rumus yang diketahui saja, sehingga ketika menemui permasalahan yang memerlukan konsep matematika lain mahasiswa tersebut tidak dapat menemukan ide untuk penyelesaiannya karena tidak memahami konsep materi yang diajarkan. Sehingga mahasiswa tersebut belum dapat berpikir relasional. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian yang telah dilakukan sebelumnya yaitu milik Wantika (2019) dimana mahasiswa dengan kemampuan baik telah

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

berpikir relasional ketika menyelesaikan soal karena telah memahami soal dengan baik, sedangkan mahasiswa dengan kemampuan rendah tidak berpikir rasional ketika menyelesaikan soal karena diketahui belum memahami soal dengan baik dan konsep penyelesaian soal yang harus digunakan.

KESIMPULAN DAN SARAN

Mahasiswa yang menggunakan Teorema Faktor dan Teorema Sisa dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial dapat memahami soal dengan baik, kedua mahasiswa tersebut telah memenuhi semua indikator pada tahap *entry* dan *attack*. Kedua mahasiswa tersebut menggunakan pemahaman konseptual saat menyelesaikan soal. Diketahui bahwa seseorang yang menggunakan pemahaman konseptual dalam menyelesaikan masalah dikatakan telah melakukan aktivitas berpikir relasional. Pada tahap *review*, keduanya hanya memenuhi indikator *check* dan *reflect* karena belum dapat memberikan cara penyelesaian lain.

Mahasiswa yang menggunakan metode substitusi dan eliminasi dalam menyelesaikan soal fungsi polinomial dapat memahami soal dengan baik, namun pada saat menyelesaikan soal mahasiswa cenderung menggunakan pemahaman prosedural karena hanya dapat menggunakan rumus yang dia ingat saja dan tidak dapat mengaitkan dengan konsep matematika lain, sehingga ketika menggunakan rumus tersebut, mahasiswa mengalami kesalahan pada perhitungan karena rumus tersebut juga memerlukan konsep matematika lain untuk penyelesaiannya. Dapat dikatakan bahwa mahasiswa tersebut belum melakukan aktivitas berpikir relasional.

Berdasarkan hasil penelitian, peneliti memberikan beberapa saran

untuk penelitian selanjutnya, yaitu (1) perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dan mendalam mengenai masalah yang dipaparkan peneliti; (2) perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan memberikan soal matematika pada materi lain; dan (3) perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan subjek dari peninjauan yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustina, I., Nusantara, T., & Irawati, S. (2021). Proses Berpikir Siswa SMA dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berdasarkan Teori Pemrosesan Informasi. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 5(10), 1503.
- Aripin, U., Faudziah, L., Sri Rizky, E., Maryanasari, R., Nuryatin, S., Siliwangi, I., Terusan Jenderal Sudirman, J., & Barat, J. (2021). Identifikasi Penyelesaian Soal Bangun Ruang Sisi Lengkung Ditinjau Berdasarkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Sekolah Dasar. *COLLASE (Creative of Learning Students Elementary Education)*, 4(4), 501–509.
- Bintang, H., Darnah, E., Masta, N., Rinaldi, R., Guswanto, T., & Sianturi, M. (2020). Analisis Pengetahuan Konseptual, Prosedural, dan Metakognitif Siswa Melalui Pembelajaran Integrasi Flipped Classroom dan PBL. *Physics Education Research Journal*, 2(2), 105.
- Cahyati, V. I., & Siswono, T. Y. E. (2022). Proses Berpikir Kreatif Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Numerasi Ditinjau dari Adversity Quotient (AQ). *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 748–760.
- Creswell, J. . (2016). *Educational Research: Planning, Conducting,*

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.7177>

- and Evaluating Qualitative and Quantitative Research* (4th ed.). Pearson Education Inc.
- Imron, M. (2021). Kemampuan Koneksi Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Jenis Kelamin. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 9(3), 621–630.
- Irianti, N. P., Subanji, & Chandra, T. D. (2016). Proses Berpikir Siswa Quitter dalam Menyelesaikan Masalah SPLDV Berdasarkan Langkah-langkah Polya. *JMPM: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1(2), 133.
- Natalliasari, I., Hermanto, R., & Nopus, D. Z. (2023). Analisis Proses Berpikir Mason Dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. *Teorema: Teori Dan Riset Matematika*, 8(1), 161.
- Nazir, Sikumbang, M., & F., R. (2014). *Metode Penelitian* (9th ed.). Ghalia Indonesia.
- Radiusman. (2020). Studi Literasi: Pemahaman Konsep Siswa pada Pembelajaran Matematika. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 6(1), 1–8.
- Rahmawati, A. R., Sudirman, S., & Rahardi, R. (2021). Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Fungsi dan Persamaan Polinomial. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(3), 2548–2559.
- Santosa, A. M., & Kadarmanto, A. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika pada Materi Fungsi Polinomial. *Progresif: Media Publikasi Ilmiah*, 1(1), 1–8.
- Sidik, G. S., Maftuh, A., & Salimi, M. (2021). Analisis Kesulitan Belajar Matematika pada Siswa Usia 6-8 Tahun. *Jurnal Obsesi: Jurnal Pendidikan Anak Usia Dini*, 5(2), 2179–2190.
- Sugiyono. (2018). *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D)* (2nd ed.). Alfabeta.
- Tafrilyanto, C. F. (2016). Profil Berpikir Relasional Siswa SMA dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Gaya Kognitif Field Dependent. *Sigma*, 2(1), 5–12.
- Ulpa, F., Marifah, S., Maharani, S. A., & Ratnaningsih, N. (2021). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Kontekstual pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar Ditinjau dari Teori Nolting. *Square: Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 3(2), 67–80.
- Utomo, D. P., & Huda, M. (2020). *Pemahaman Relasional Analisis Proses pembuktian Induksi Matematika*. CV. Bildung Nusantara.
- Wantika, R. R. (2019). Profil Berpikir Relasional Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *SNHRP-II: Seminar Nasional Hasil Riset Dan Pengabdian Ke-II*, 2, 597–602.
- Wardani, D. L. (2021). Profil Berpikir Relasional Dalam Pemecahan Masalah Matematika Siswa Sma Ditinjau Dari Gaya Kognitif Reflektif Dan Impulsif. *MATHEdunesa*, 9(3), 552–561.
- Wardhani, W. A., Subanji, & Dwiyan. (2016). Proses Berpikir Siswa Berdasarkan Kerangka Kerja Mason. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 1(3), 297–313.