

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

## WORKSHEET GRAPHING QUADRATICS BERBANTUAN PHET SIMULATION UNTUK MEMFASILITASI VISUAL MATHEMATICAL THINKING MAHASISWA

Ria Noviana Agus<sup>1</sup>, Rina Oktaviyanthi<sup>2\*</sup>

<sup>1,2\*</sup> Pendidikan Matematika, Universitas Serang Raya, Serang, Indonesia

\*Corresponding author. Universitas Serang Raya Jl. Raya Serang – Cilegon Km.5, 42162, Serang, Indonesia

E-mail: [ria\\_an99@yahoo.co.id](mailto:ria_an99@yahoo.co.id)<sup>1)</sup>  
[rinaokta@unsera.ac.id](mailto:rinaokta@unsera.ac.id)<sup>2\*)</sup>

Received 69 December 2022; Received in revised form 10 June 2023; Accepted 18 June 2023

### Abstrak

Fungsi Kuadrat merupakan salah satu konsep Kalkulus yang banyak bersinggungan dengan kebutuhan kemampuan *mathematical visual thinking*. Kemampuan tersebut dipandang penting terutama untuk mengubah semua jenis informasi ke dalam gambar, grafik, atau bentuk-bentuk lain yang dapat membantu mengomunikasikan informasi secara lebih detil dan terlihat. Tetapi dalam perkembangannya, media pendukung belajar untuk mengembangkan kemampuan *mathematical visual thinking* masih terbatas khususnya pada pendalaman konsep Fungsi Kuadrat. Tujuan penelitian adalah mengembangkan *worksheet graphing quadratics* berbantuan Phet Simulation untuk pemberdayaan *mathematical visual thinking* mahasiswa. Penelitian pengembangan diaplikasikan sebagai pendekatan penelitian dengan tahapan penelitian mulai dari analisis dan desain, pengembangan prototipe dan uji kelayakan prototipe. Sebanyak 93 mahasiswa menjadi partisipan penelitian. Uji kelayakan validator menghasilkan nilai  $p\text{-value} > 0,05$  yang menandakan ada pertimbangan yang seragam dari validator untuk jenis validitas muka dan validitas isi prototipe yang diujikan. Implikasi hasil tersebut dapat dinyatakan bahwa *worksheet graphing quadratics* layak digunakan untuk mengukur dan mengoptimalkan kemampuan *mathematical visual thinking*.

**Kata kunci:** Fungsi kuadrat; *mathematical visual thinking*; *phet simulation*; prototipe lembar kerja; *worksheet graphing quadratics*

### Abstract

*Quadratic Functions are one of several fundamental concepts for Calculus that has a deal with mathematical visual thinking abilities. Its competency comprehended as main experience particularly for transforming numerous of information into images, graphs, or other forms that support in transferring information in a more detailed and visible mode. But in its progress, the media to support learning for improving the students' mathematical visual thinking abilities are still limited, specifically in deepening the concept of Quadratic Functions. The focus of research work is to develop a graphing quadratics worksheet with the help of Phet Simulation to empower students' mathematical visual thinking. Development research is applied as a research approach with research stages starting from analysis and design, prototype development and prototype feasibility testing. A total of 93 students became research participants. The validator feasibility test produces a  $p\text{-value} > 0.05$  which indicates that there is identical consideration from the validator for the type of face validity and content validity of the prototype being tested. The implications of these results can be stated that a graphing quadratics worksheet is feasible to use to measure and optimize mathematical visual thinking abilities.*

**Keywords:** *Mathematical visual thinking; phet simulation; quadratics functions; worksheet graphing quadratics; worksheet prototype*



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

## PENDAHULUAN

Pembelajaran mengenai Fungsi Kuadrat pada tingkat universitas terintegrasi di mata kuliah Kalkulus yang menjadi materi dasar untuk proses pembiasaan berpikir matematis (Stanberry, 2018). Thorpe (2018) dan Voigt, Fredriksen, & Rasmussen (2020) menyatakan tujuan dibelajarkannya Fungsi Kuadrat tidak hanya untuk menyelesaikan soal-soal rutin, melainkan mengembangkan pola berpikir rasional dan sistematis sehingga dapat menyelesaikan masalah menghitung luas, menentukan keuntungan suatu produk atau merumuskan kecepatan gerak suatu benda. Fokus menampilkan potensi berpikir logis melalui konsep Fungsi Kuadrat tersebut menjadi penting untuk diberi pembimbingan dan pengarahan lebih lanjut.

Dalam studi pendahuluan mengenai praktik bagaimana mahasiswa mempelajari konsep Fungsi Kuadrat, ditemukan beberapa poin kesulitan utama yang dihadapi yakni (1) dalam merepresentasikan posisi kurva jika terjadi perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi, (2) dalam menggambarkan perubahan kurva jika nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi bernilai lebih besar dari 0 atau lebih kecil dari 0, dan (3) dalam menentukan akar kuadrat dari visualisasi grafik. Ketiga kesulitan tersebut masuk pada kategori masalah visualisasi dan representasi grafik yang dikenal dengan *mathematical visual thinking* (Presmeg, 2020). *Visual thinking* didefinisikan sebagai kemampuan untuk mengubah semua jenis informasi ke dalam gambar, grafik, atau bentuk-bentuk lain yang dapat membantu mengomunikasikan informasi (Elsayed & Al-Najrani, 2021).

Konsep Fungsi Kuadrat tidak hanya menitikberatkan pada prosedural aljabar melainkan aktualisasi visual dari

karakteristik fungsi yang menjadi ciri khasnya (Kidron, 2020). Rasionalisasi yang paling mendekati mengeksplorasi konsep Fungsi Kuadrat tanpa miskonsepsi adalah optimalisasi ketersediaan media belajar sesuai dengan problematika *mathematical visual thinking* (Tuba & Övez, 2018). Oleh karena konsep Fungsi Kuadrat melibatkan proses kognitif prosedural dan visual, maka perlu didukung media belajar yang menynergikan alur kerja detail mengidentifikasi konsep abstrak (Graf, Fife, Howell, & Marquez, 2018) melalui perwujudan lembar kerja terpadu dengan menyesuaikan kebutuhan eksplorasi dan memberikan stimulus berpikir (Graf et al., 2019; Fonger, Ellis, & Dogan, 2020). Peran lembar kerja tidak hanya menjadi alat pembelajaran jangka panjang membantu peserta didik memahami konsep sulit (Jukić Matić & Glasnović Gracin, 2020), melainkan memantau kemajuan pembelajaran peserta didik (Oktaviyanthi & Agus, 2021).

Masalah *mathematical visual thinking* dapat diatasi juga dengan pemanfaatan media belajar digital interaktif yang dirancang untuk menunjukkan suatu konsep matematika dalam hal ini Fungsi Kuadrat secara lebih *visible* (Engelbrecht, Llinares, & Borba, 2020). Salah satu media belajar interaktif yang dimungkinkan membantu menyelesaikan masalah mahasiswa terkait visualisasi grafik fungsi yaitu PhET *Interactive Simulation* yang dikembangkan oleh Carl Wieman dari University of Colorado pada tahun 2022. Aplikasi simulasi interaktif ini merupakan proyek pendidikan nirlaba, terbuka dan dapat diakses secara gratis untuk mengeksplorasi representasi visual dari konsep matematika yang abstrak (Correia, Koehler, Thompson, & Phye, 2018). Diharapkan kolaborasi

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

dari pengembangan lembar kerja mahasiswa dengan pemanfaatan PhET *Interactive Simulation* ini dapat membantu menguraikan masalah mahasiswa dalam *mathematical visual thinking*.

Penelitian yang memfokuskan pada penyusunan dan perancangan lembar kerja peserta didik untuk konsep matematika telah banyak dilakukan. Roliza, Ramadhona, & Rosmery (2018) mengembangkan lembar kerja siswa pada konsep Statistika dan Nurdin (2019) menyusun lembar kerja berbasis penemuan terbimbing untuk memfasilitasi kemampuan representasi matematis mahasiswa. Astuti & Hidayat (2020) menggunakan lembar kerja siswa terkait *quadratic equation* untuk membantu mengoptimalkan pemahaman dan Oktaviyanti & Agus (2021) menyusun lembar kerja terbimbing terkait definisi formal limit. Fokus semua penelitian tersebut pada pengembangan dan implementasi lembar kerja peserta didik untuk mengoptimalkan kemampuan matematis tertentu. Secara umum hasil penelitian pengembangan lembar kerja terkait stimulasi peningkatan kemampuan matematis menunjukkan adanya respon positif dari peserta didik baik pada aspek akademis maupun psikologis. Terdapat beberapa penelitian yang mengangkat tema pengembangan lembar kerja peserta didik belum ada yang memfokuskan pada konsep fungsi kuadrat khususnya terkait *graphing quadratics* yang di-kolaborasikan dengan PhET *Interactive Simulation* terutama untuk menyelesaikan masalah *mathematical visual thinking*.

Atas dasar eksplorasi masalah yang dihadapi mahasiswa terkait *mathematical visual thinking* dengan kebutuhan lembar kerja yang memiliki alur kerja *visible* dan pemanfaatan aplikasi simulasi interaktif PhET, maka

tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan *worksheet graphing quadratics* berbasis media interaktif PhET sebagai instrumen optimalisasi kemampuan *mathematical visual thinking*.

## METODE PENELITIAN

Pendekatan penelitian yang digunakan untuk mencapai tujuan adalah penelitian pengembangan melalui tiga tahapan utama yakni analisis dan desain, pengembangan prototipe dan evaluasi atau uji kelayakan prototipe (Richey & Klein, 2014). Secara operasional tahapan penelitian tersebut dideskripsikan sebagai berikut:

### 1. Tahap analisis dan desain

Kegiatan yang dilakukan di tahap ini meliputi identifikasi masalah dan penentuan desain solusi. Pada identifikasi masalah ditujukan menemukan masalah utama terkait Fungsi Kuadrat, menelusuri sumber masalah yang dihadapi mahasiswa dan menyatakan kalimat permasalahan (*problem statement*). Sementara pada penentuan desain solusi dilakukan proses investigasi pencarian ide untuk menghasilkan desain penyelesaian masalah yang tepat dan sesuai.

### 2. Tahap pengembangan prototipe

Fokus kegiatan di tahap kedua adalah verifikasi ide penyelesaian masalah dan perwujudan desain solusi yang telah diselesaikan di tahap pertama. Tujuan dikerjakannya proses verifikasi ide ini adalah memastikan ketepatan jenis dan bentuk solusi yang ditentukan dengan karakteristik masalah yang diselesaikan. Setelah ide solusi terverifikasi dengan baik, dilanjutkan pada proses praktis untuk menghasilkan prototipe atau model instrumen berdasarkan standar kriteria yang ditetapkan.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

### 3. Tahap evaluasi atau uji kelayakan prototipe

Beberapa aspek yang dipusatkan di tahap ketiga yakni analisis dan review validator melalui uji keseragaman dan uji keterbacaan prototipe, validasi prototipe melalui *user evaluation* pada uji terbatas dan *refining prototype* (memperbaiki prototipe) jika terdapat catatan saran atau masukan dari rangkaian proses uji ahli dan validasi prototipe.

Subjek yang dilibatkan dalam penelitian pengembangan *worksheet graphing quadratics* berbasis media interaktif PhET ini sebanyak 93 mahasiswa tingkat pertama di Universitas Serang Raya yang mengambil mata kuliah Kalkulus I pada semester satu tahun ajaran 2022/2023. Sementara tugas analisis dan review validator untuk menilai aspek isi dan muka *worksheet graphing quadratics* berbasis media interaktif PhET dilakukan oleh 5 orang ahli. Konfigurasi

ahli yang berpartisipasi dalam penelitian yakni 3 orang ahli di bidang matematika dengan tugas meninjau ketepatan isi konsep matematika dengan tujuan penelitian dan penggunaan bahasa matematika yang dituliskan dan 2 orang ahli di bidang pendidikan matematika khususnya pembelajaran matematika untuk menilai keselarasan konstruksi *worksheet* dengan tujuan penelitian.

Pengumpulan data uji ahli diambil menggunakan kuesioner yang berjumlah 24 pernyataan berskala 2 sesuai dengan karakteristik uji Statistika *Q-Cochran* yakni nilai 1 untuk menyatakan Setuju dan nilai 0 untuk menyatakan Tidak Setuju. Referensi dasar kuesioner merujuk pada Krosnick, (2017) dan Oktaviyanthi & Agus (2021) yang dikembangkan berdasarkan tujuan penelitian. Acuan tinjauan yang dimaksud terinci pada Tabel 1. Sementara data uji terbatas dianalisis dengan *Cronbach Alpha*.

Tabel 1. Acuan penilaian *worksheet graphing quadratics*

Aspek Review Validator	Indikator	Butir Kuesioner
Substansi Konsep Matematika	Konsistensi isi <i>worksheet graphing quadratics</i> dengan konsep perubahan visualisasi grafik yang sejalan perubahan nilai $a$ , $b$ dan $c$ pada $y = ax^2 + bx + c$	1 (a) dan 1 (b)
	Konsistensi isi <i>worksheet graphing quadratics</i> dengan aturan perbedaan bentuk kurva bersesuaian nilai $a > 0$ dan $a < 0$ pada $y = ax^2 + bx + c$	2 (a) dan 2 (b)
	Konsistensi isi <i>worksheet graphing quadratics</i> dengan teori suatu bentuk kurva fungsi kuadrat dapat dipengaruhi oleh nilai <i>Diskriminan</i>	3 (a) dan 3 (b)
	Konsistensi isi <i>worksheet graphing quadratics</i> dengan ide bahwa titik potong kurva di sumbu $x$ dapat diketahui melalui tampilan kurva dan nilai <i>Diskriminan</i>	4 (a) dan 4 (b)
Struktur <i>Worksheet Graphing Quadratics</i>	Kesesuaian konsep perubahan nilai nilai $a$ , $b$ dan $c$ pada $y = ax^2 + bx + c$ dengan susunan instruksi yang tercantum dalam <i>worksheet</i>	5 (a) dan 5 (b)
	Kesesuaian aturan perbedaan bentuk kurva berdasarkan nilai $a > 0$ dan $a < 0$ pada $y = ax^2 + bx + c$ dengan struktur bagan yang tersusun dalam <i>worksheet</i>	6 (a) dan 6 (b)
	Kesesuaian teori bentuk kurva fungsi kuadrat berdasarkan nilai <i>Diskriminan</i> dengan strategi format soal berpola	7 (a) dan 7 (b)

Aspek Review Validator	Indikator	Butir Kuesioner
Penggunaan Kalimat dan Tata Bahasa	Kesesuaian ide ada tidaknya titik potong kurva di sumbu $x$ melalui <i>Diskriminan</i> dengan tipe pertanyaan terbimbing berbantuan visualisasi gambar	8 (a) dan 8 (b)
	Keselarasan pernyataan atau pertanyaan soal dengan konsep matematika dan desain <i>worksheet</i>	9 (a) dan 9 (b)
	Koherensi antar kata dan kalimat dengan target capaian setiap soal dalam <i>worksheet</i>	10 (a) dan 10 (b)
	Konsistensi tata bahasa instruksi yang dipilih dengan keruntutan alur logika dalam <i>worksheet</i>	11 (a) dan 11 (b)
	Keteraturan simbol matematika, istilah dan karakter konsep materi yang diteliti dalam <i>worksheet</i>	12 (a) dan 12 (b)

Merujuk pada Tabel 1, aspek review validator dalam penelitian ini terbagi ke dalam tiga kategori yakni substansi konsep matematika, struktur lembar kerja dan penggunaan bahasa. Adapun data yang dihasilkan pada penelitian yaitu (1) data proses perancangan *worksheet graphing quadratics* berbasis media interaktif PhET, (2) data pemeriksaan dan penilaian ahli dalam bentuk uji keseragaman dan uji keterbacaan prototipe, dan (3) data kelayakan prototipe melalui prosedur uji terbatas pada pengguna. Analisis data penelitian mengaplikasikan uji *Q-Cochran* dan uji *Cronbach Alpha* dengan bantuan SPSS yang ditujukan sebagai mekanisme mengetahui atribut valid dari prototipe yang dikembangkan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Tahap Analisis dan Desain

Konsep Fungsi Kuadrat dipelajari oleh mahasiswa tingkat satu di Universitas Serang Raya terintegrasi pada mata kuliah Kalkulus yang dalam tiga tahun terakhir sejak 2019 diajarkan melalui pembelajaran langsung dengan metode ceramah. Alat bantu penelusuran pemahaman mahasiswa hanya didasarkan pada soal latihan dan pendalaman konsep yang tertulis di modul atau buku sumber. Beberapa indikasi kinerja mahasiswa menunjuk-

kan terjadinya penurunan hasil belajar di bab fungsi kuadrat khususnya aspek pendugaan representasi kurva jika terjadi perubahan pada salah satu konstanta persamaan fungsi, penentuan titik potong kurva terhadap sumbu  $x$  berdasarkan nilai diskriminan dan penelaahan titik balik kurva dari visualisasi grafik. Melalui investigasi menyeluruh, masalah utama mahasiswa dalam mempelajari konsep fungsi kuadrat adalah sebagai berikut:

1. Mahasiswa tidak dapat merepresentasikan posisi kurva jika terjadi perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi.
2. Mahasiswa kesulitan dalam menggambarkan perubahan kurva jika nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi bernilai lebih besar dari 0 atau lebih kecil dari 0.
3. Mahasiswa tidak dapat menentukan visualisasi kurva menggunakan akar kuadrat berdasarkan nilai *Diskriminan*.
4. Mahasiswa kesulitan menentukan titik potong kurva dengan sumbu  $x$  melalui visualisasi grafik.

Keempat poin masalah tersebut termasuk pada fokus kajian prioritas pada kemampuan *mathematical visual thinking* sebagaimana yang disinopsiskan oleh Elsayed & Al-Najrani (2021) dari beberapa sumber.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

Selanjutnya, hasil investigasi juga menetapkan aspek instrumen belajar yang diisyaratkan sebagai sumber masalah yang dihadapi mahasiswa yakni ketersediaan lembar kerja sebagai media bantu visibilitas konsep. Tidak adanya penggunaan lembar kerja khusus untuk mendalami konsep Fungsi

Kuadrat dilacak dari refleksi pengajar yang hanya menggunakan soal latihan pada modul atau buku sumber.

Beberapa fokus kajian prioritas kemampuan *mathematical visual thinking* yang bersesuaian dengan masalah penelitian ini disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Kesesuaian masalah dengan klasifikasi *visual thinking* dan jumlah butir soal

Masalah Mahasiswa	Klasifikasi Visual Thinking	Butir Soal
Tidak dapat merepresentasikan posisi kurva jika terjadi perubahan nilai $a$ , $b$ dan $c$ pada Fungsi Kuadrat $y = ax^2 + bx + c$	<i>The skill of visual discrimination.</i> Kemampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi perbedaan atau kesamaan bentuk suatu representasi	1
Kesulitan dalam menggambarkan perubahan kurva jika nilai $a$ , $b$ dan $c$ pada Fungsi Kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ bernilai lebih besar dari 0 atau lebih kecil dari 0	Kemampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi perbedaan atau kesamaan bentuk suatu representasi konsep matematika tertentu.	2
Tidak dapat menentukan visualisasi kurva menggunakan akar kuadrat berdasarkan nilai <i>Diskriminan</i>	<i>The skill of visual perception.</i> Kemampuan mahasiswa dalam menginvestigasi bentuk implisit dari suatu konsep matematika tertentu.	3
Kesulitan menentukan titik potong kurva dengan sumbu $x$ melalui visualisasi grafik	<i>The skill of visual analysis of shapes.</i> Kemampuan mahasiswa dalam menentukan sebagian dari keseluruhan konsep matematika yang ditunjukkan atau sebaliknya.	4

Berdasarkan Tabel 2, ditetapkan rancangan lembar kerja mahasiswa pada konsep Fungsi Kuadrat yang terdiri dari empat tipe soal untuk setiap aspek kesulitan mahasiswa. Adapun inti desain lembar kerja mahasiswa yang dirancang sebagai solusi terhadap masalah konsep Fungsi Kuadrat diilustrasikan sebagai berikut:

1. Untuk masalah mahasiswa tidak dapat merepresentasikan posisi kurva jika terjadi perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi diatasi dengan kerangka soal berupa instruksi membuat persamaan fungsi secara mandiri oleh mahasiswa dengan syarat nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  yang ditentukan dibantu *Phet Simulation* sebagai alat memvisualisasi grafiknya.

2. Untuk masalah kesulitan mahasiswa dalam menggambarkan perubahan kurva jika nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi bernilai lebih besar dari 0 atau lebih kecil dari 0 ditangani melalui desain soal berbentuk melengkapi bagan atau struktur bagian-bagian nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  dari suatu fungsi kuadrat yang diketahui dengan representasi grafik fungsi kuadrat tersebut menggunakan bantuan *Phet Simulation*.

3. Untuk masalah mahasiswa tidak dapat menentukan visualisasi kurva menggunakan akar kuadrat berdasarkan nilai *diskriminan* ditanggulangi dengan rencana soal yang menitikberatkan pada kemunculan nilai *Diskriminan* fungsi kuadrat dipadankan bersama bentuk grafik

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

sesuai fungsi kuadrat yang diberikan melalui dukungan media *Phet Simulation*.

4. Untuk masalah kesulitan mahasiswa menentukan titik potong kurva dengan sumbu  $x$  melalui visualisasi grafik dapat dibantu memakai tipe soal yang melibatkan persamaan fungsi kuadrat beserta bentuk grafiknya, meminta mahasiswa mencari nilai *Diskriminan* fungsi tersebut dan memberi pertanyaan yang mengarahkan pada suatu kesimpulan bahwa ada tidaknya titik potong kurva dengan sumbu  $x$  bergantung pada nilai *Diskriminan*.

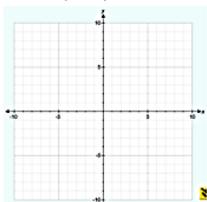
### Tahap Pengembangan Prototipe

Kegiatan yang diselesaikan pada tahap pengembangan prototipe *work-sheet* yakni mengonfirmasi ide solusi

dan mengaktualkan desain solusi yang disusun di tahap satu. Konfirmasi dan aktualisasi desain solusi direfleksikan pada empat jenis bentuk soal dengan mempertimbangkan masalah utama mahasiswa dan klasifikasi *visual thinking*. Di bawah ini deskripsi pengembangan kriteria soal pada *worksheet graphing quadratics*.

1. Bentuk soal untuk menjawab masalah mahasiswa poin 1 di tahap analisis dan desain, yakni mahasiswa tidak dapat merepresentasikan posisi kurva jika terjadi perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi. Tampilan rancangan soal poin 1 untuk menstimulasi mahasiswa terkait representasi posisi kurva pada perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  disajikan pada Gambar 1.

(c) Jika  $a > 0, b < 0, c > 0$



Tuliskan persamaan yang kamu pilih!

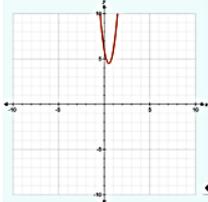
$y = \underline{\quad}x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}$

Sketsa representasi kurva fungsi kuadrat pada bidang koordinat yang disediakan berdasarkan tampilan *Phet Simulation*.

Apa yang dapat kamu simpulkan?

---

(e) Jika  $a > 0, b < 0, c > 0$



Tuliskan persamaan yang kamu pilih!

$y = 6x^2 + (-6)x + 6$

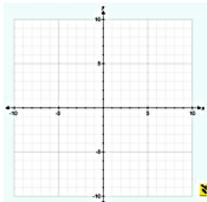
Sketsa representasi kurva fungsi kuadrat pada bidang koordinat yang disediakan berdasarkan tampilan *Phet Simulation*.

Apa yang dapat kamu simpulkan?

Kurva terbuka ke atas, terletak di sebelah kanan sumbu  $y$  dan di atas sumbu  $x$ .

---

(d) Jika  $a < 0, b < 0, c < 0$



Tuliskan persamaan yang kamu pilih!

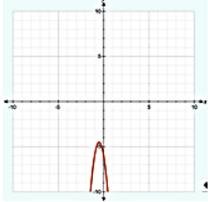
$y = \underline{\quad}x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}$

Sketsa representasi kurva fungsi kuadrat pada bidang koordinat yang disediakan berdasarkan tampilan *Phet Simulation*.

Apa yang dapat kamu simpulkan?

---

(d) Jika  $a < 0, b < 0, c < 0$



Tuliskan persamaan yang kamu pilih!

$y = (-6)x^2 + (-6)x + (-6)$

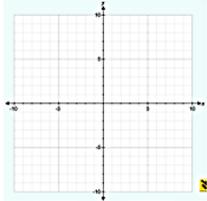
Sketsa representasi kurva fungsi kuadrat pada bidang koordinat yang disediakan berdasarkan tampilan *Phet Simulation*.

Apa yang dapat kamu simpulkan?

Kurva terbuka ke bawah, terletak di sebelah kiri sumbu  $y$  dan di bawah sumbu  $x$ .

---

(e) Jika  $a < 0, b < 0, c > 0$



Tuliskan persamaan yang kamu pilih!

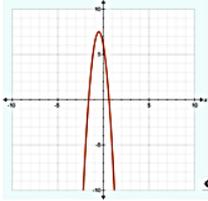
$y = \underline{\quad}x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}$

Sketsa representasi kurva fungsi kuadrat pada bidang koordinat yang disediakan berdasarkan tampilan *Phet Simulation*.

Apa yang dapat kamu simpulkan?

---

(e) Jika  $a < 0, b < 0, c > 0$



Tuliskan persamaan yang kamu pilih!

$y = (-6)x^2 + (-6)x + 6$

Sketsa representasi kurva fungsi kuadrat pada bidang koordinat yang disediakan berdasarkan tampilan *Phet Simulation*.

Apa yang dapat kamu simpulkan?

Kurva terbuka ke bawah, terletak di sebelah kiri sumbu  $y$  dan melewati sumbu  $x$ .

---

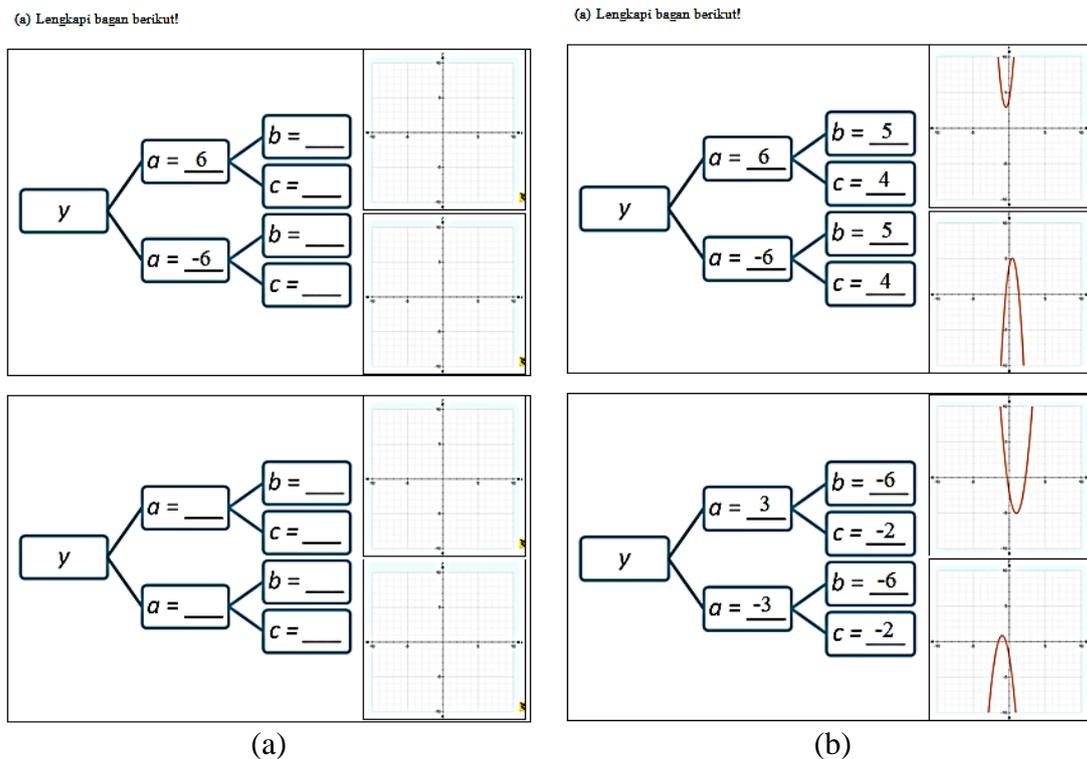
Gambar 1. Tampilan soal 1 pada *worksheet* (a) dan ekspektasi jawaban (b)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

Berdasarkan Gambar 1 bagian (a), struktur soal dalam *worksheet graphing quadratics* yang bertujuan mengarahkan mahasiswa mengidentifikasi perbedaan atau kesamaan bentuk suatu representasi posisi kurva dan bagian (b) merupakan ilustrasi harapan jawaban yang diberikan mahasiswa ketika dihadapkan pada *worksheet graphing quadratics*.

2. Bentuk soal untuk menjawab masalah mahasiswa poin 2 di tahap

analisis dan desain, yakni mahasiswa kesulitan dalam menggambar perubahan kurva jika nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  pada fungsi bernilai lebih besar dari 0 atau lebih kecil dari 0. Tampilan rancangan soal poin 2 untuk membantu mahasiswa menentukan posisi kurva pada perubahan nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  lebih besar 0 atau lebih kecil 0 ditunjukkan di Gambar 2.

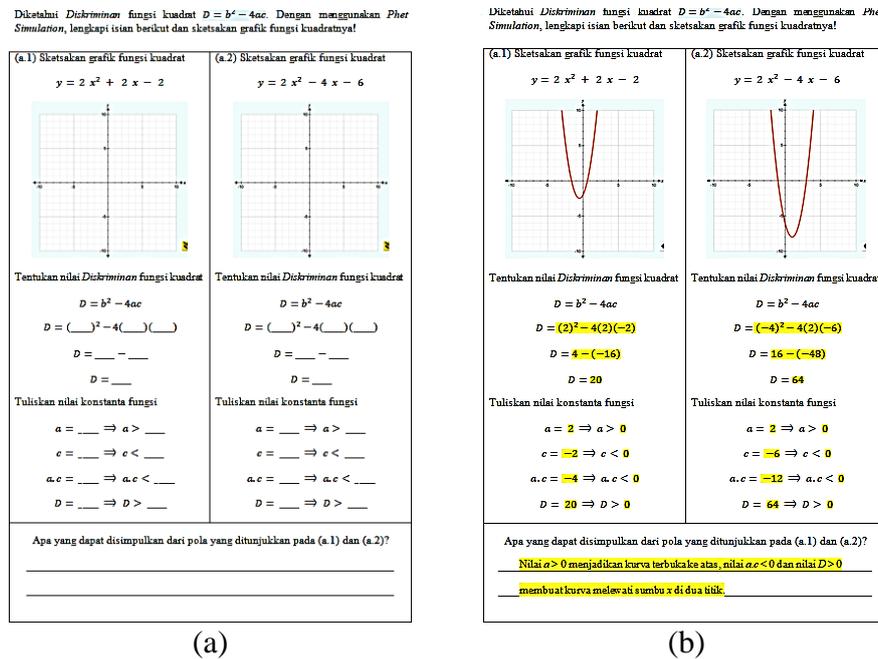


Gambar 2. Tampilan soal 2 pada *worksheet* (a) dan ekspektasi jawaban (b)

Berdasarkan Gambar 2 bagian (a) ditunjukkan struktur soal dalam *worksheet graphing quadratics* yang memandu mahasiswa menelusuri bentuk kurva dari komponen fungsi kuadrat yang diberikan dan bagian (b) merupakan gambaran ekspektasi respon yang diberikan mahasiswa ketika dihadapkan pada *worksheet graphing quadratics*.

3. Bentuk soal untuk menjawab masalah mahasiswa poin 3 di tahap analisis dan desain, yakni mahasiswa tidak dapat menentukan visualisasi kurva menggunakan akar kuadrat berdasarkan nilai *diskriminan*. Tampilan rancangan soal poin 3 untuk mengarahkan mahasiswa menetapkan bentuk kurva berdasarkan nilai *Diskriminan* ditunjukkan pada Gambar 3.

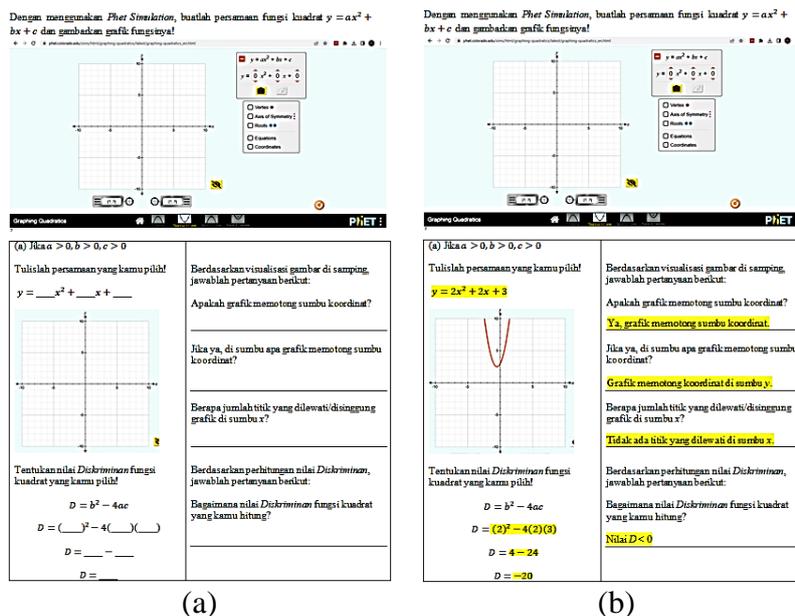
DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>



Gambar 3. Tampilan soal 3 pada *worksheet* (a) dan ekspektasi jawaban (b)

Berdasarkan Gambar 3 bagian (a) ditunjukkan struktur soal yang menjadi acuan mahasiswa menentukan visual kurva berdasarkan nilai *Diskriminan* fungsi dan bagian (b) adalah harapan jawaban dari mahasiswa ketika dihadapkan pada *worksheet graphing quadratics*.

4. Bentuk soal untuk menjawab masalah mahasiswa poin 4 mengenai kesulitan mahasiswa menentukan titik potong kurva dengan sumbu  $x$  melalui visualisasi grafik. Rancangan soal poin 4 diwujudkan melalui Gambar 4.



Gambar 4. Tampilan soal 4 pada *worksheet* (a) dan ekspektasi jawaban (b)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

Berdasarkan Gambar 4 bagian (a) ditunjukkan struktur soal yang membimbing mahasiswa untuk menemukan titik potong kurva menggunakan representasi grafik dan bagian (b) adalah harapan tanggapan dari mahasiswa ketika dihadapkan pada *worksheet graphing quadratics*.

Penelusuran data *mathematical visual thinking* mahasiswa diperoleh dari tercapai tidaknya target kemampuan berdasarkan klasifikasi *visual thinking* pada Tabel 2. Adapun detail pemberian nilai masing-masing soal untuk setiap indikator yang bersesuaian dengan klasifikasi *visual thinking* dijelaskan pada Tabel 3.

Tabel 3. Acuan penilaian kemampuan *mathematical visual thinking*

Klasifikasi Visual Thinking	Indikator Ketercapaian	Deskripsi	Nilai
<i>The skill of visual discrimination</i>	Mahasiswa dapat merepresentasikan posisi kurva jika terjadi perubahan nilai $a$ , $b$ dan $c$ pada Fungsi Kuadrat $y = ax^2 + bx + c$	Tidak menjawab soal	0
		Menjawab soal tetapi tidak berargumen	1
		Menjawab soal dan berargumen	2
<i>The skill of visual perception</i>	Mahasiswa dapat menggambarkan perubahan kurva jika nilai $a$ , $b$ dan $c$ pada fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ bernilai lebih besar lebih kecil dari 0	Tidak menjawab soal	0
		Menjawab soal tetapi tidak berargumen	1
		Menjawab soal dan berargumen	2
<i>The skill of visual analysis of shapes</i>	Mahasiswa dapat menentukan visualisasi kurva menggunakan akar kuadrat berdasarkan nilai <i>Diskriminan</i>	Tidak menjawab soal	0
		Menjawab soal tetapi tidak berargumen	1
		Menjawab soal dan berargumen	2
<i>The skill of visual analysis of shapes</i>	Mahasiswa dapat menentukan titik potong kurva dengan sumbu $x$ melalui visualisasi grafik	Tidak menjawab soal	0
		Menjawab soal tetapi tidak berargumen	1
		Menjawab soal dan berargumen	2

### Tahap Uji Kelayakan Prototipe

Uji kelayakan prototipe *worksheet graphing quadratics* dilakukan melalui dua tahap yakni pertama uji ahli yang meliputi uji keseragaman dan uji keterbacaan dan kedua uji terbatas pada

partisipasi penelitian sebagai pengguna *worksheet*. Tabel 4 adalah rekapitulasi hasil uji keseragaman dan uji keterbacaan validator menggunakan uji Statistika *Q-Cochran* berbantuan aplikasi SPSS.

Tabel 4. Hasil uji ahli terkait keseragaman dan keterbacaan prototipe

Prototipe	Indeks <i>Q-Cochran</i> ( $p$ -value)	
	Validitas Muka	Validitas Isi
<i>Worksheet Graphing Quadratics</i>	0,093	0,159

Pada Tabel 4 diinformasikan hasil uji keseragaman dan keterbacaan prototipe dengan hipotesis nol yaitu pertimbangan validasi lima orang ahli seragam diterima karena nilai  $p$ -value menunjukkan nilai yang lebih besar dari

taraf signifikansi 5%. Makna penolakan hipotesis nol tersebut menotifikasi bahwa kelima orang ahli yang ditugaskan menilai prototipe *worksheet graphing quadratics* memberi pertimbangan yang tidak berbeda. Konsekuensi

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

logis pertimbangan yang seragam dari kelima validator tersebut yaitu *worksheet graphing quadratics* yang dirancang dalam penelitian ini dapat diaplikasikan untuk menelusuri seberapa berhasil apa mahasiswa mengatasi kesulitan mempelajari konsep Fungsi Kuadrat yang berhubungan dengan *mathematical visual thinking*.

Selanjutnya *worksheet graphing quadratics* diujikan pada pengguna yakni 93 mahasiswa yang berpartisipasi sebagai subjek penelitian. Dalam uji *Cronbach Alpha* suatu butir soal dapat dinilai valid dan reliabel jika memenuhi kriteria  $r_{hitung} > r_{kritis}$ . Nilai  $r_{kritis}$  untuk jumlah partisipan (N) sebanyak 93 mahasiswa dengan  $DF = N-2$  dan taraf nyata 5% adalah 0,2039.

Tabel 5. Hasil uji terbatas responden penelitian

Butir Soal	$r_{hitung}$	Validitas	$r_{hitung}$	Reliabilitas
1	0,422	Valid	0,716	Reliabel
2	0,391	Valid	0,773	Reliabel
3	0,248	Valid	0,607	Reliabel
4	0,231	Valid	0,586	Reliabel

Dari Tabel 5 diperlihatkan bahwa keempat butir soal dalam *worksheet graphing quadratics* memiliki nilai  $r_{hitung} > 0,2039$ . Dengan demikian, berdasarkan kriteria uji *Cronbach Alpha* dapat dinyatakan empat butir soal dalam prototipe *worksheet graphing quadratics* memenuhi standar valid dan reliabel.

Temuan penelitian pengembangan *worksheet graphing quadratics* ini diantaranya adalah (1) prototipe yang diturunkan langsung dari masalah utama mahasiswa pada konsep Fungsi Kuadrat, (2) prototipe yang bersesuaian dengan kategori *visual thinking* yang dipandang sebagai pencetus masalah mahasiswa dalam mempelajari konsep Fungsi Kuadrat, (3) prototipe yang memiliki tingkat penilaian baik oleh validator ahli melalui uji keseragaman dan keterbacaan, dan (4) prototipe yang mencapai nilai standar untuk validitas dan reliabilitas suatu alat ukur.

Keutamaan prototipe *worksheet graphing quadratics* yang dikembangkan antara lain yakni (1) *visible* yang dimaknai bahwa *worksheet* ini dirancang dengan tampilan mudah

dilihat dan memunculkan desain solutif komprehensif untuk menyelesaikan masalah mahasiswa khususnya konsep Fungsi Kuadrat, (2) *logical* yang diartikan bahwa *worksheet* ini disusun berdasarkan proses berpikir logis skematik dan masuk akal di setiap prosedur maupun pertanyaan soal, (3) *representable* yang dijelaskan bahwa *worksheet* ini dipertimbangkan untuk dapat menghadirkan sajian atau gambaran yang mewakili lebih dari satu bentuk presentasi, (4) *adaptable* yang dimaksudkan bahwa *worksheet* ini dipersiapkan untuk dapat menyesuaikan kebutuhan penyelesaian masalah yang dihadapi mahasiswa pada konsep Fungsi Kuadrat baik dari aspek isi maupun strategi, dan (5) *acceptable* yang didefinisikan bahwa *worksheet* ini dinilai sesuai oleh validator melalui hasil uji keseragaman dan keterbacaan serta dipandang memenuhi standar valid oleh responden penelitian.

Implikasi dari hasil temuan penelitian dan keutamaan produk yang dihasilkan meliputi (1) dapat teratasinya masalah mahasiswa terkait pendugaan representasi kurva jika terjadi

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

perubahan pada salah satu konstanta persamaan fungsi, penentuan titik potong kurva terhadap sumbu  $x$  berdasarkan nilai *Diskriminan* dan penelaahan titik balik kurva dari visualisasi grafik; (2) dapat tertanganinya masalah mahasiswa pada domain *mathematical visual thinking*; dan (3) dapat terpenuhinya alat ukur bantu optimalisasi kemampuan mahasiswa sebagai prototipe yang *adjustable* untuk konsep matematika serupa.

Sejumlah penelitian terkait pengembangan lembar kerja atau *worksheet* untuk konsep matematika memberikan ragam pengetahuan dan kontribusi besar pada pemberdayaan kemampuan matematis peserta didik. Hasil penelitian merancang *worksheet* dengan tema *graphing quadratics* ini memiliki kesejajaran dengan beberapa hasil penelitian sebelumnya diantaranya yaitu penelitian Siagan, Saragih, & Sinaga (2019) yang menyusun lembar kerja berorientasi *problem-based learning* untuk mengimprovisasi kemampuan pemecahan masalah dan metakognisi peserta didik. Poin penting dalam penelitian tersebut yang bersesuaian dengan penelitian ini terletak pada visibilitas lembar kerja yang memungkinkan peserta didik mengeksplorasi potensi berpikir yang dimilikinya. Selain itu, penelitian Yeager & Dweck (2020) juga mendukung hasil penelitian ini dari aspek *growth mindset* melalui susunan *worksheet* yang menstimulasi perkembangan mental bernalar dan berpikir visual. Lain halnya kesesuaian penelitian Benden & Lauermaann (2022) dari potensi karakteristik instrumen evaluasi, *worksheet* dipandang sebagai *short-term assessment* yang dapat memberikan motivasi peserta didik untuk mengurangi kesulitan belajarnya sekaligus menjadi peluang untuk

mengembangkan kemampuan berlogika. Selanjutnya penelitian Farman, Hali, & Rawal (2021) bertema *live worksheet* sebagai upaya mendukung pembelajaran matematika yang menjadi inspirasi dan tantangan pada *worksheet* yang dikembangkan dalam penelitian ini terutama aspek *accessible* yang belum dimunculkan.

Posisi temuan penelitian berupa prototipe *worksheet graphing quadratics* ini terletak di level penelitian dasar sebagai pondasi penelitian terapan dan penelitian pengembangan berkelanjutan untuk menghasilkan *revenue generating*. Adapun kelemahan yang terdeteksi dari prototipe *worksheet graphing quadratics* salah satunya poin *accessible* yang masih menggunakan *paper-based* dalam aplikasinya. Hal tersebut menjadi rekomendasi fokus penelitian selanjutnya yakni bagaimana menghadirkan *worksheet graphing quadratics* yang didasarkan pada masalah mahasiswa, diacukan pada kategori *visual thinking* dan dapat dinotifikasi secara luas untuk memenuhi standar *accessible*.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Merujuk pada ulasan hasil dan paparan bahasan didapat prototipe *worksheet graphing quadratics* untuk ketercapaian *mathematical visual thinking* mahasiswa pada konsep Fungsi Kuadrat dengan jumlah 4 butir soal. Prototipe yang dihasilkan memenuhi standar uji keseragaman dan keterbacaan validator ahli dengan nilai *p-value*  $> 0,05$  yakni 0,093 untuk validitas muka dan 0,159 untuk validitas isi. Berdasarkan nilai demikian, dinyatakan bahwa prototipe *worksheet graphing quadratics* dapat dimanfaatkan secara valid meminimalisir masalah mahasiswa dan menelusuri data keberdayaan kemampuan *mathematical*

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

*visual thinking* mahasiswa. Hasil uji ahli tersebut didukung oleh hasil uji coba terbatas pada 93 mahasiswa selaku responden penelitian yang menyimpulkan bahwa prototipe *worksheet graphing quadratics* layak diimplementasikan sebagai alat ukur kemampuan *mathematical visual thinking*. Adapun saran perbaikan dan pengembangan prototipe ini ditekankan pada poin *accessible* sebagai upaya pemanfaatan *worksheet* yang lebih luas.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Astuti, D. D., & Hidayat, D. (2020). The Implementation of Reception-Oriented Cam With Worksheets to Improve Grade 10 Students' Conceptual Understanding of Quadratic Equations And Functions in A Christian School. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 3(2), 235–248. <https://doi.org/10.19166/JOHME.V3I2.1578>
- Benden, D. K., & Lauermann, F. (2022). Students' Motivational Trajectories and Academic Success in Math-Intensive Study Programs: Why Short-Term Motivational Assessments Matter. *Journal of Educational Psychology*, 114(5), 1062–1085. <https://doi.org/10.1037/EDU0000708>
- Correia, A. P., Koehler, N., Thompson, A., & Phye, G. (2018). The application of PhET simulation to teach gas behavior on the submicroscopic level: secondary school students' perceptions. <https://doi.org/10.1080/02635143.2018.1487834>, 37(2), 193–217. <https://doi.org/10.1080/02635143.2018.1487834>
- Elsayed, S. A., & Al-Najrani, H. I. (2021). Effectiveness of the Augmented Reality on Improving the Visual Thinking in Mathematics and Academic Motivation for Middle School Students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(8), em1991. <https://doi.org/10.29333/EJMSTE/11069>
- Engelbrecht, J., Llinares, S., & Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. *ZDM - Mathematics Education*, 52(5), 825–841. <https://doi.org/10.1007/S11858-020-01176-4/METRICS>
- Farman, F., Hali, F., & Rawal, M. (2021). Development of E-LKPD Using Live Worksheets for Online Mathematics Learning during Covid-19. *JME (Journal of Mathematics Education)*, 6(1), 36–42. <https://doi.org/10.31327/JME.V6I1.1626>
- Fonger, N. L., Ellis, A. B., & Dogan, M. F. (2020). A quadratic growth learning trajectory. *The Journal of Mathematical Behavior*, 59, 100795. <https://doi.org/10.1016/J.JMATHB.2020.100795>
- Graf, E. A., Fife, J. H., Howell, H., & Marquez, E. (2018). The Development of a Quadratic Functions Learning Progression and Associated Task Shells. *ETS Research Report Series*, 2018(1), 1–28. <https://doi.org/10.1002/ETS2.12234>
- Graf, E. A., Peters, S., Fife, J. H., van Rijn, P. W., Arieli-Attali, M., & Marquez, E. (2019). A

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

- Preliminary Validity Evaluation of a Learning Progression for the Concept of Function. *ETS Research Report Series*, 2019(1), 1–38.  
<https://doi.org/10.1002/ETS2.12257>
- Jukić Matić, L., & Glasnović Gracin, D. (2020). How do teacher guides give support to mathematics teachers? Analysis of a teacher guide and exploration of its use in teachers' practices. *Https://Doi.Org/10.1080/14794802.2019.1710554*, 23(1), 1–20.  
<https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1710554>
- Kidron, I. (2020). Calculus Teaching and Learning. *Encyclopedia of Mathematics Education*, 87–94.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0\\_18](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_18)
- Krosnick, J. A. (2017). Questionnaire design. *The Palgrave Handbook of Survey Research*, 439–455.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-319-54395-6\\_53/COVER](https://doi.org/10.1007/978-3-319-54395-6_53/COVER).
- Nuridin, E. (2019). Pengembangan Lembar Kerja Berbasis Pendekatan Penemuan Terbimbing untuk Memfasilitasi Kemampuan Representasi Matematis Mahasiswa. *Suska Journal of Mathematics Education*, 5(2), 111–120.  
<https://doi.org/10.24014/SJME.V5I2.7304>
- Oktaviyanthi, R., & Agus, R. N. (2021). Guided Worksheet Formal Definition of Limit: An Instrument Development Process. *AL-ISHLAH: Jurnal Pendidikan*, 13(1), 449–461.  
<https://doi.org/10.35445/ALISHLAH.V13I1.483>
- Presmeg, N. (2020). Visualization and Learning in Mathematics Education. *Encyclopedia of Mathematics Education*, 900–904.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0\\_161](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_161)
- Richey, R. C., & Klein, J. D. (2014). Design and development research. *Handbook of Research on Educational Communications and Technology: Fourth Edition*, 141–150.  
[https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5\\_12/COVER](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5_12/COVER)
- Roliza, E., Ramadhona, R., & Rosmery, L. (2018). The Practicality of Student Worksheet in Learning Statistics. *Jurnal Gantang*, 3(1), 41–45.  
<https://doi.org/10.31629/JG.V3I1.377>
- Siagan, M. V., Saragih, S., & Sinaga, B. (2019). Development of Learning Materials Oriented on Problem-Based Learning Model to Improve Students' Mathematical Problem Solving Ability and Metacognition Ability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 331–340.  
<https://doi.org/10.29333/iejme/5717>
- Stanberry, M. L. (2018). Active learning: a case study of student engagement in college Calculus. *Https://Doi.Org/10.1080/0020739X.2018.1440328*, 49(6), 959–969.  
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1440328>
- Thorpe, J. A. (2018). Algebra: What should we teach and how should we teach it? *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra: The Research Agenda for Mathematics Education, Volume 4*, 11–24.  
<https://doi.org/10.4324/9781315044378-2/ALGEBRA-TEACH-TEACH-JOHN-THORPE>

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.6908>

- Tuba, F., & Övez, D. (2018). The Impact of Instructing Quadratic Functions with the Use of Geogebra Software on Students' Achievement and Level of Reaching Acquisitions. *International Education Studies*, *11*(7), 1–11. <https://doi.org/10.5539/ies.v11n7p1>
- Voigt, M., Fredriksen, H., & Rasmussen, C. (2020). Leveraging the design heuristics of realistic mathematics education and culturally responsive pedagogy to create a richer flipped classroom calculus curriculum. *ZDM - Mathematics Education*, *52*(5), 1051–1062. <https://doi.org/10.1007/S11858-019-01124-X/METRICS>
- Yeager, D. S., & Dweck, C. S. (2020). What can be learned from growth mindset controversies? *American Psychologist*, *75*(9), 1269–1284. <https://doi.org/10.1037/AMP0000794>