

ANALISIS PEMAHAMAN KONSEP MAHASISWA USN KOLAKA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH PERSAMAAN DIFFERENSIAL BERDASARKAN TEORI APOS

Supratman¹, Marniati², La Ode Sirad³

^{1,2,3} Universitas Sembilanbelas November Kolaka, Kolaka, Indonesia

*Corresponding author.

E-mail: supratmanmathusnkolaka@gmail.com¹⁾
bungaitb@gmail.com²⁾
laodesirad.usnkolaka@gmail.com³⁾

Received 07 June 2022; Received in revised form 12 August 2022; Accepted 04 December 2022

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pemahaman konsep mahasiswa USN Kolaka dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial berdasarkan teori APOS. APOS merupakan suatu teori yang diperkenalkan oleh Dubinsky. Inti dari kerangka kerja APOS Proses, Objek, dan Skema. Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Subjek pada penelitian ini dipilih menggunakan teknik *purposive sampling*, sehingga terpilih 3 mahasiswa aktif dengan kemampuan dasar matematika tertinggi pada angkatan 2020 program studi Teknik pertambangan, FST, Universitas Sembilanbelas November Kolaka. Instrumen utama pada penelitian ini adalah peneliti sendiri dan instrumen pendukung adalah soal tes pemahaman konsep matematika Hasil analisis yang dilakukan terhadap 3 mahasiswa menunjukkan bahwa ketiga subjek memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek A,B, dan C belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan, hal ini diduga belum memahami dengan benar konsep Persamaan diferensial dengan variabel yang terpisah, artinya bahwa pada tahap Aksi, Objek, Proses, dan Skema. Selain itu, subjek A, B, dan C juga belum mampu memahami kriteria soal yang dimaksud.hal ini disebabkan oleh pembelajaran persamaan diferensial yang hanya terpaku pada rumus dan prosedur penyelesaian, selain pemahaman konsep mahasiswa yang berbeda-beda, beberapa mahasiwa juga masih belum begitu memahami dasar-dasar dari konsep dasar turunan, diferensial dan integral.

Kata kunci: Pemahaman Konsep Mahasiswa, Persamaan Diferensial, Teori APOS

Abstract

This study aims to analyze the concept understanding of USN Kolaka students in solving equations based on APOS theory. APOS is a theory introduced by Dubinsky. The core of the Process, Object and Schema APOS framework. This type of research is descriptive qualitative. The subjects in this study were selected using a purposive sampling technique, so that 3 active students with the highest basic mathematical abilities were selected in the 2020 batch of Mining Engineering study program, FST, Ninebelas November Kolaka University. The main instrument in this study was the researcher himself and the supporting instrument was a test of understanding mathematical concepts. The results of the analysis conducted on 3 students showed that the three subjects had weaknesses in the process stage, where subject A, B, and C had not been able to correctly construct the questions given, this is presumably not yet correctly understand the concept of differential equations with separate variables, meaning that at the Action, Object, Process, and Schematic stage. Other than that, subject A, B, and C also has not been able to understand the criteria for the question in question. different concepts of students, some students also still do not really understand the basics of the basic concepts of derivatives, differentials and integrals.

Keywords: Understanding Student Concepts, Differential Equations, APOS Theory



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

PENDAHULUAN

Dalam mempelajari kalkulus II, materi persamaan diferensial memegang peranan penting dalam proses pembelajaran. Persamaan diferensial merupakan persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih, yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dan turunannya dalam berbagai orde. Persamaan diferensial memegang peranan penting dalam rekayasa, fisika, ilmu ekonomi dan berbagai macam disiplin ilmu lain. Persamaan diferensial muncul dalam berbagai bidang sains dan teknologi, bilamana hubungan deterministik yang melibatkan besaran yang berubah secara kontinu (dimodelkan oleh fungsi matematika) dan laju perubahannya (dinyatakan sebagai turunan) diketahui atau dipostulatkan (Vajravelu, 2018). Menurut; (Arslan, 2010) persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat satu (atau beberapa) fungsi yang tak diketahui. Istilah persamaan diferensial diperkenalkan oleh Leibniz pada tahun 1676. Banyak hukum-hukum alam dan hipotesa-hipotesa yang dapat diterjemahkan ke dalam persamaan yang mengandung turunan melalui bahasa matematik.

Maharaj (2013) menyatakan bahwa menyatakan bahwa seorang peerta diidk dikatakan sudah memiliki kemampuan pemahaman matematis jika ia sudah dapat melakukan hal- hal berikut ini: (1) menjelaskan konsep-konsep dan fakta-fakta matematika dalam istilah konsep dan fakta kalkulus yang telah ia miliki; (2) dapat dengan mudah membuat hubungan logis di antara konsep dan fakta yang berbeda tersebut; (3) menggunakan hubungan yang ada ke dalam sesuatu hal yang baru (baik di dalam atau di luar matematika) berdasarkan apa yang ia ketahui; serta (4) mengidentifikasi prinsip-prinsip yang ada dalam matematika sehingga membuat segala pekerjaannya berjalan dengan baik. Maharaj (2013)

menjelaskan bahwa deskripsi pemahaman matematis apa pun harus memungkinkan proses dinamis yaitu memahami dan menyimpulkan satu minggu, melupakan dan mengingat pada minggu berik utnya.

Pemahaman matematika sangat penting bagi mahasiswa karena mahasiswa dengan pemahaman matematikanya akan dapat menghubungkan teori atau rumus matematika dengan masalah di dunia pekerjaan (Ukobizaba et al., 2021) (Ningsih & Rohana, 2018). Oleh karena itu Teori APOS digunakan untuk meningkatkan kemampuan pemahaman matematika mahasiswa. Ada empat tingkatan pemahaman bersifat hierarkis yaitu aksi, proses, objek, dan skema (Ed Dubinsky, 2017).

Arnon et al., n.d., (2014); Kazunga & Bansilal (2020) menyatakan bahwa aktivitas Individu dalam memahmi Proses mengembangkan internal kontrol atas Tindakan dan memperoleh pemahaman tentang Objek melalui enkapsulasi. Namun, pemahaman tentang Object adalah konstruksi mental yang paling sulit untuk diperoleh. Skema, di sisi lain, adalah seluruh struktur kognitif dalam pikiran individu mengenai suatu konsep matematika Untuk pengembangan Skema pemahaman, Tindakan, Proses, dan Objek yang berbeda harus dikaitkan dalam konstruksi pengetahuan baru (Possani et al., 2010); (Tai, 2020). Selain itu (Dubinsky, 2001; Arnawa, Sumarno, Kartasmita, & Baskoro, 2012) menyatakan bahwa konsep atau prinsip matematika dapat digunakan sebagai elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema agar dapat membangun pemahaman konsep matematika untuk menyajikan metode untuk proses pembelajaran yang akan efektif selain itu, teori APOS memberikan cara-cara untuk mengategorikan pikiran mahasiswa tentang konsep matematis yang baik apabila Aksi, Proses, objek dan skema telah dialami oleh mahasiswa (Febriana & Budiarto, 2013)

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

Borji et al., (2018); (Borji & Martínez-Planell (2020) menyatakan bahwa mahasiswa juga perlu membangun hubungan antara fungsi implisit dan masing-masing dari tiga komponen Skema diferensiasi implisit: fungsi eksplisit, turunan, dan aturan diferensiasi, namun bagi sebagian peneliti mengungkap bahwa persamaan diferensial menyebabkan dalam mempelajari persamaan diferensial merupakan hal yang sulit bagi mahasiswa. (Hoffkamp, 2011; Czocher, Tague, & Baker, 2013 ; Tamalene, Palinussa, & Silitonga, 2022)

hal ini sesuai dengan fakta yang terjadi pada sebagian besar mahasiswa USN Kolaka memiliki kesulitan dalam belajar materi persamaan diferensial. Hal ini terlihat pada mahasiswa dalam mengaplikasikan persamaan diferensial banyak mengalami kesulitan, antara lain yaitu kesulitan untuk menerapkan rumus atau algoritma yang telah diajarkan. Selain itu sulitnya mahasiswa menentukan permasalahan beberapa konsep dasar seperti konsep aturan turunan dan integral, pangkat dan logaritma, mengakibatkan perbedaan nilai yang diperoleh, kesalahan-kesalahan yang paling banyak dilakukan mahasiswa dalam adalah menyelesaikan soal-soal persamaan diferensial yang belum memahami bagaimana menyelesaikan permasalahan dengan benar. menurut penelitian yang dilakukan oleh (Ningsih & Rohana, 2018) data tidak tepat yaitu jika terdapat penyelesaian soal tes yang salah ataupun salah dalam memasukkan data dalam variabel, kesalahan dalam memilih prosedur, data hilang yaitu terdapat data dalam penyelesaian soal tidak sama dengan data pada soal ataupun mendapatkan hasil pada penyelesaian tetapi tidak memiliki proses untuk mendapatkan hasil tersebut dan manipulasi tidak langsung. Oleh karena itu, perlu dikembangkan pemahaman konsep matematika berdasarkan teori APOS agar proses pembelajaran ditingkat pergutuan tinggi agar tujuan dapat menjadi

lebih baik dan efektif berdasarkan indikator pemahaman konsep yang dijelaskan oleh beberapa para ahli, diantaranya (Niemi, 1996); (Saxe et al., 2001); (Hirschfeld-Cotton, 2008);(Rittle-Johnson et al., 2001); dan (Ayvaz et al., 2017) antara lain yaitu : (1) menyatakan ulang sebuah konsep, (2) mengklasifikasi objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya), (3) memberikan contoh dan non-contoh dari konsep, (4) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis, (5) mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup suatu konsep, (6) menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu, dan (7) mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah.

Sehingga peneliti tertarik untuk mengkaji lebih dalam lagi pemahaman mahasiswa universitas sembilanbelas november kolaka dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial berdasarkan teori APOS. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah Untuk mengetahui pemahaman konsep mahasiswa USN Kolaka dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial berdasarkan teori APOS.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian dilakukan di Universitas sembilanbelas November Kolaka, pada semester ganjil tahun pelajaran 2021/2022. Sampel penelitian ini adalah mahasiswa semester 2 program studi Teknik pertambangan. Subjek Penelitian ini adalah 3 mahasiswa yang memiliki kemampuan dasar matematika yang masuk pada kategori tinggi dengan pemilihan subjek yaitu dengan Teknik *purposive sampling*. Pengambilan subjek berdasarkan pertimbangan- pertimbangan tertentu (pertimbangan dari dosen Pembina mata kuliah kalkulus II dan pertimbangan dari nilai kemampuan dasar mahasiswa).

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

Pengumpulan data dilakukan dengan memberikan tes.

Instrumen dalam penelitian ini adalah tes dengan soal pemahaman konsep

matematika, berdasarkan indikator pemahaman konsep. Berdasarkan teori APOS yang dapat dilihat Tabel 1.

Tabel 1. Indikator pemahaman konsep berdasarkan teori APOS

Tahap	Indikator
Aksi	Menuliskan persamaan diferensial dengan benar sesuai dengan aturan pada setiap langkah pengerjaan Menerapkan aturan dengan variabel terpisah dalam proses menemukan persamaan diferensial dari suatu bentuk pemisahan variable dengan benar
Proses	Menyajikan konsep ke dalam bentuk tertentu sehingga aturan penjumlahan/pengurangan, aturan pangkat dapat digunakan dalam menemukan persamaan diferensial dengan variabel terpisah dan dituliskan dengan benar
Objek	Memilih dan menggunakan metode/strategi persamaan diferensial yang tepat sesuai dengan hasil klasifikasi bentuk fungsi dari variabel terpisah Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur persamaan diferensial dengan pemisahan variabel yang tepat dan konsep lain yang terlibat seperti konsep dasar turunan
Skema	Mengaplikasikan konsep persamaan diferensial yang sesuai dengan aturan untuk menemukan nilai variabel terpisah dari suatu persamaan diferensial

Didalam indikator diberikan 2 soal untuk mengetahui pemahaman konsep mahasiswa dan soal-soal tersebut berbentuk soal uraian. Untuk mendapatkan data yang valid dilakukan tes soal pemahaman konsep dan wawancara. Wawancara dilakukan untuk menggali lebih dalam pemahaman konsep mahasiswa. Wawancara pada penelitian ini menggunakan HP dan untuk memperkuat data penelitian ini menggunakan metode triangulasi. Data jawaban siswa dikatakan valid jika sesuai dengan hasil wawancara. Wawancara dilakukan setelah siswa diberi soal untuk mengetahui alasan siswa, kemudian dianalisis untuk menghasilkan sebuah kesimpulan. Hasil wawancara dan tes di analisis sampai tujuan penelitian tercapai. Teknik analisis data dilakukan dengan pengumpulan data, reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil temuan dalam kajian ini adalah pemahaman konsep persamaan diferensial dari sebagian besar mahasiswa

hanya pada tahap pemahaman konsep persamaan diferensial sebagai suatu aksi, dan tidak dapat memahami persamaan diferensial sebagai suatu proses. Pernyataan tersebut di peroleh dari hasil analisis jawaban pertanyaan yang diajukan kepada mahasiswa sebagai berikut:

1. Manakah yang merupakan persamaan diferensial dengan variabel terpisah dari persamaan diferensial berikut ini.

$$a. xy \cdot \frac{dy}{dx} + x^2 + 1 = 0$$

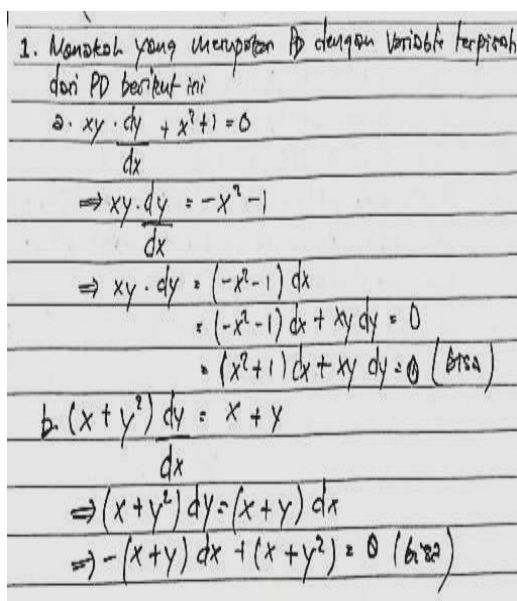
$$b. (x + y^2) \cdot \frac{dy}{dx} = x + y$$

Berikut ini adalah hasil analisis jawaban soal nomor 1 untuk 3 mahasiswa sebagai sampel dalam pemahaman konsep berdasarkan teori APOS:

1. Subjek A

Hasil atau jawaban subjek A terhadap masalah matematika yang diberikan dapat dilihat pada Gambar 1.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>



1. Manakah yang merupakan PD dengan variabel terpisah dari PD berikut ini

a. $xy \cdot dy + x^2 + 1 = 0$

$$\Rightarrow xy \cdot dy = -x^2 - 1$$

$$\Rightarrow xy \cdot dy = (-x^2 - 1) dx$$

$$= (-x^2 - 1) dx + xy dy = 0$$

$$= (x^2 + 1) dx + xy dy = 0 \text{ (bisa)}$$

b. $(x + y^2) dy = x + y$

$$\Rightarrow (x + y^2) dy = (x + y) dx$$

$$\Rightarrow -(x + y) dx + (x + y^2) dy = 0 \text{ (bisa)}$$

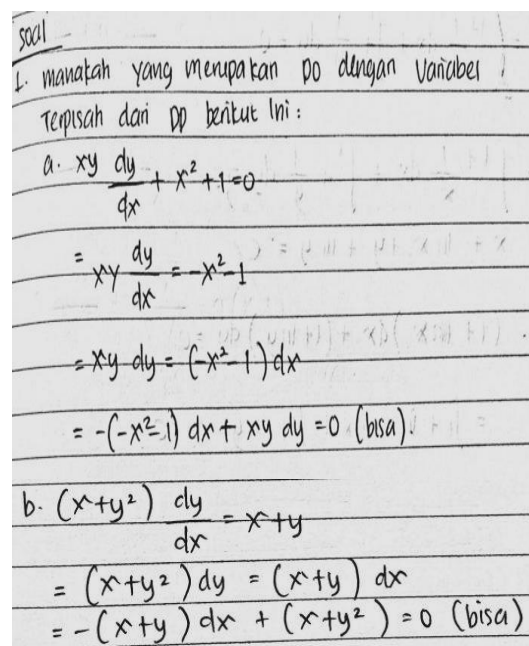
Gambar 1. Jawaban subjek A

Adapun hasil analisis dari jawaban subjek A adalah sebagai berikut:

- 1) Bagian 1a, jawabannya sudah benar yaitu bisa namun tidak menunjukkan dalam bentuk PD dengan variabel yang terpisah, ini berarti bahwa pada subjek A memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek A belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan.
- 2) Pada bagian 1b, jawabannya salah yaitu PD diatas tidak bisa dinyatakan dalam bentuk PD dengan variabel terpisah. Diduga belum memahami dengan benar konsep PD dengan variabel yang terpisah, artinya bahwa pada tahap Aksi, Objek, Proses, dan Skema, Subjek A belum mampu memahami kriteria soal yang dimaksud.

2. Subjek B

Hasil atau jawaban subjek B terhadap masalah matematika yang diberikan dapat dilihat pada Gambar 2.



1. manakah yang merupakan PD dengan variabel terpisah dari PD berikut ini:

a. $xy \frac{dy}{dx} + x^2 + 1 = 0$

$$= xy \frac{dy}{dx} = -x^2 - 1$$

$$= xy dy = (-x^2 - 1) dx$$

$$= -(-x^2 - 1) dx + xy dy = 0 \text{ (bisa)}$$

b. $(x + y^2) \frac{dy}{dx} = x + y$

$$= (x + y^2) dy = (x + y) dx$$

$$= -(x + y) dx + (x + y^2) dy = 0 \text{ (bisa)}$$

Gambar 2. Jawaban subjek B

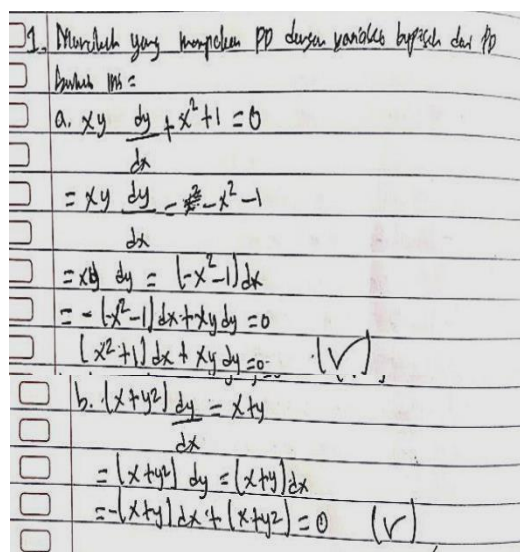
Adapun hasil analisis dari jawaban subjek B adalah sebagai berikut:

- 1) Bagian 1a, jawabannya sudah benar yaitu bisa namun tidak menunjukkan dalam bentuk PD dengan variabel yang terpisah, artinya bahwa, tidak jauh berbeda dengan pada subjek A, subjek B memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek B belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan.
- 2) Pada bagian 1b, jawabannya salah yaitu PD diatas tidak bisa dinyatakan dalam bentuk PD dengan variabel terpisah. Diduga belum memahami dengan benar konsep PD dengan variabel yang terpisah, artinya bahwa konsep APOS (Aksi, Proses, Objek, dan skema) pada jawaban tersebut belum sesuai yang di inginkan.

3. Subjek C

Hasil atau jawaban subjek C terhadap masalah matematika yang diberikan dapat dilihat pada Gambar 3.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>



Gambar 3. Jawaban subjek C

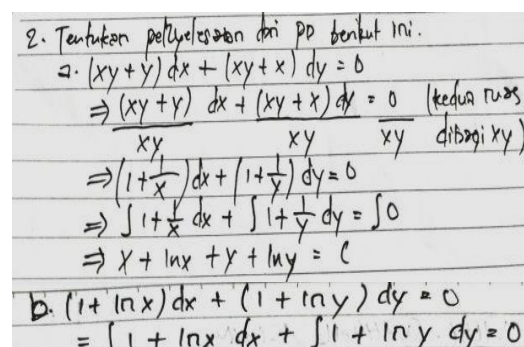
Adapun hasil analisis dari jawaban subjek C adalah sebagai berikut:

- 1) Bagian 1a, jawabannya sudah benar yaitu bisa namun tidak menunjukkan dalam bentuk PD dengan variabel yang terpisah artinya bahwa tidak jauh berbeda dengan pada subjek A dan subjek B, Subjek C memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek C belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan.
- 2) Pada bagian 1b, jawabannya salah yaitu PD diatas tidak bisa dinyatakan dalam bentuk PD dengan variabel terpisah. Diduga belum memahami dengan benar konsep PD dengan variabel yang terpisah artinya bahwa konsep APOS (Aksi, Proses, Objek, dan skema) pada jawaban tersebut belum sesuai yang di inginkan.
2. Tentukan Penyelesaian Persamaan diferensial berikut ini:
 - a. $(xy + y)dy + (x^2 + 1)dx = 0$
 - b. $(1 + \ln x)dy + (1 + \ln y)dy = 0$
 - c. $(y^2 + 9)dx - (x^2 + 9)dy = 0$

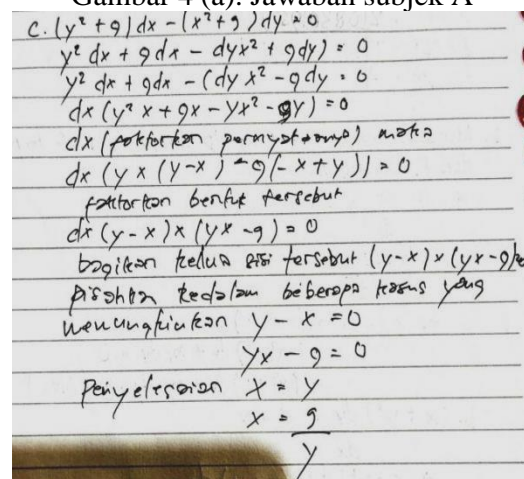
Berikut ini adalah hasil analisis jawaban soal nomor 2 untuk 3 mahasiswa sebagai sampel dalam pemahaman konsep berdasarkan teori APOS:

1. Subjek A

Hasil atau jawaban subjek 1 terhadap masalah matematika kedua yang diberikan dapat dilihat pada Gambar 4(a) dan 4(b).



Gambar 4 (a). Jawaban subjek A



Gambar 4(b). Lanjutan jawaban subjek A

Adapun hasil analisis dari jawaban subjek A seperti yang terlihat di Gambar 4(a) dan (b) adalah sebagai berikut:

- 1) Jawaban bagian 2a sudah benar, artinya bahwa subjek A telah mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan teori APOS yang dengan melalui proses Aksi dimana subjek A mampu menurunkan konsep diferensial yang di inginkan, sedangkan pada tahap Objek, mahasiswa mampu mengkonstruksi dengan benar langkah-langkah penyelesaian, sedangkan pada tahap Proses mampu mengenali ciri khas dari soal, apakah persamaan diferensial yg dikerjakan adalah

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

sesuai dari soal yang dimaksud, dan pada tahap Skema, mahasiswa mampu menggabungkan antara aksi, proses, dan objek menjadi jawaban yang lengkap.

- 2) Pada bagian 2b, mahasiswa belum mampu menyelesaikan PD tersebut di duga belum memahami konsep pengintegralan dalam bentuk persamaan diferensial homogen artinya bahwa konsep APOS (Aksi, Proses, Objek, dan skema) pada jawaban tersebut belum sesuai yang di inginkan.
- 3) Pada bagian 2c pada langkah ke 2 sudah keliru, diduga belum memahami cara memisahkan antara variabel x dan variabel y, artinya bahwa pada subjek A memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek A belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan.

2. Subjek B

Hasil atau jawaban subjek B terhadap masalah matematika kedua yang diberikan dapat dilihat pada Gambar 5.

2. Tentukan penyelesaian dari PD bentuk lin

a. $(xy + y) dx + (xy + x) dy = 0$
 $\frac{(xy + y)}{xy} dx + \frac{(xy + x)}{xy} dy = 0$ (kedua ruas dibagi xy)
 $= \left(\frac{1+y}{x} \right) dx + \left(1 + \frac{1}{y} \right) dy = 0$
 $= \int \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx + \int \left(1 + \frac{1}{y} \right) dy = 0$
 $= \int 1 + \frac{1}{x} dx + \int 1 + \frac{1}{y} dy = 0$
 $= x + \ln x + y + \ln y = C$

b. $(1 + \ln x) dx + (1 + \ln y) dy = 0$
 $= \int (1 + \ln x) dx + \int (1 + \ln y) dy = 0$

Gambar 5. Jawaban subjek B

Adapun hasil analisis dari jawaban subjek B seperti yang terlihat di Gambar 5 adalah sebagai berikut:

- 1) Jawaban bagian 2a sudah benar, artinya tidak jauh berbeda dengan pada subjek A, subjek B telah mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan teori APOS yang dengan melalui proses Aksi dimana subjek B mampu menurunkan konsep diferensial yang di inginkan, sedangkan pada tahap Objek, mahasiswa mampu mengkonstruksi dengan benar langkah-langkah penyelesaian, sedangkan pada tahap Proses mampu mengenali ciri khas dari soal, apakah persamaan diferensial yg dikerjakan adalah sesuai dari soal yang dimaksud, dan pada tahap Skema, mahasiswa mampu menggabungkan antara aksi, proses, dan objek menjadi jawaban yang lengkap.
- 2) pada bagian 2b belum mampu menyelesaikan PD tersebut di duga belum memahami konsep pengintegralan dalam bentuk persamaan diferensial homogen, artinya bahwa konsep APOS (Aksi, Proses, Objek, dan skema) pada jawaban tersebut belum sesuai yang di inginkan.
- 3) Pada bagian 2c tidak diselesaikan artinya tidak jauh berbeda dengan subjek A, bahwa subjek B memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek B belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan.

2. Subjek C

Hasil atau jawaban subjek C terhadap masalah matematika kedua yang diberikan dapat dilihat pada Gambar 6(a) dan 6(b).

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

$$a. (xy+ty)dx + (xy+tx)dy = 0$$

$$= (xy+ty)dx + (xy+tx)dy = 0 \quad (\text{kedua merupakan diferensial})$$

$$= \int (1+\frac{t}{x})dx + \int (1+\frac{x}{y})dy = 0$$

$$= \int 1 + \frac{1}{x} dx + \int 1 + \frac{1}{y} dy = 0$$

$$\Rightarrow x + \ln x + y + \ln y = C$$

$$b. \int (1+\ln x)dx + \int (1+\ln y)dy = 0$$

$$\Rightarrow \int 1 + \ln x dx + \int 1 + \ln y dy = 0$$

Gambar 6(a). Jawaban subjek C

$$c. (y^2+ty)dx - (x^2+tx)dy = 0$$

$$= \int (y^2+\frac{t}{x})dx - \int (x^2+\frac{t}{y})dy = 0$$

$$= \int y^2 + \frac{1}{x} dx - \int x^2 + \frac{1}{y} dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{y} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{y} = 0$$

Gambar 6(b). Lanjutan jawaban subjek C

Adapun hasil analisis dari jawaban subjek 1 seperti yang terlihat di Gambar 6(a) dan (b) adalah sebagai berikut:

- 1) Jawaban bagian 2a sudah benar, artinya tidak jauh berbeda dengan pada subjek A dan subjek B, subjek C telah mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan teori APOS yang dengan melalui proses Aksi dimana subjek C mampu menurunkan konsep diferensial yang di inginkan, sedangkan pada tahap Objek, mahasiswa mampu mengkontruksi dengan benar langkah-langkah penyelesaian, sedangkan pada tahap Proses mampu mengenali ciri khas dari soal, apakah persamaan diferensial yg dikerjakan adalah sesuai dari soal yang dimaksud, dan pada tahap Skema, mahasiswa mampu menggabungkan antara aksi, proses, dan objek menjadi jawaban yang lengkap.
- 2) pada bagian 2b belum mampu menyelesaikan PD tersebut di duga belum memahami konsep pengintegralan dalam bentuk persamaan diferensial homogen, artinya bahwa konsep APOS (Aksi,

Proses, Objek, dan skema) pada jawaban tersebut belum sesuai yang di inginkan.

- 3) Pada bagian 2c tidak diselesaikan artinya tidak jauh berbeda dengan subjek A dan subjek B, bahwa pada subjek C memiliki kelemahan pada tahap Proses, dimana subjek C belum mampu dengan benar mengkonstruksi soal yang diberikan.

Berdasarkan hasil analisis yang telah penulis dapatkan, maka diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Kemampuan pemahaman konsep mahasiswa tentang persamaan diferensial berdasarkan teori APOS sudah mencapai tahap Skema, namun sebgaiian besar mahasiswa masih memiliki kelemahan pada tahap aksi, tahap Proses, dan tahap Objek.
2. Kemampuan pemahaman konsep yang masih tergolong lemah. Sebagian besar disebabkan oleh pembelajaran persamaan diferensial yang hanya terpaku pada rumus dan prosedur penyelesaian.
3. Mahasiswa masih belum begitu memahami dasar-dasar dari konsep turunan, diferensial dan integral.

Hasil yang diperoleh sesuai dengan pendapat (Rasmussen, 2001; Ningsih & Rohana, 2018; Altieri & Schirmer, 2019; Donuata Imanuel Gery & Widya, 2021) yang menyatakan bahwa “umumnya mahasiswa mengalami kesulitan dalam memilih prosedur atau operasi apa yang akan diselesaikan terlebih dulu” Pembelajaran tentang topik turunan yang biasa dilakukan oleh mahasiswa terpaku pada penekanan untuk menghafalkan rumus-rumus turunan, tentu hal ini sesuai dengan hasil beberapa penelitian dari (Wagner et al., 2007); (Azizah, Budiyo, & Siswanto, 2021; Nurani, Riyadi, & Subanti, 2021) menyatakan bahwa pembelajaran matematika yang dikembangkan hendaknya tidak

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

ditekankan untuk menghapuskan rumus akan tetapi bertujuan untuk meningkatkan penguasaan siswa terhadap pemahaman konsep materi.

(Ningsih & Rohana, 2018; Mahfud, Mardiyana, & Fitriana, 2021; Şefik, Erdem Uzun, & Dost, 2021) menyatakan bahwa “proses pembelajaran di perguruan tinggi terlalu berfokus pada aspek *doing*, tetapi kurang memperhatikan aspek *thinking*.” Berdasarkan analisis data dari tiga permasalahan tersebut, diketahui bahwa pemahaman mahasiswa tentang konsep APOS pada persamaan diferensial sudah mencapai tahap Skema, namun sebagian besar mahasiswa masih memiliki kelemahan pada tahap aksi, tahap Proses, dan tahap Objek. Selain itu, aspek kemampuan pemahaman konsep matematis yang tidak dapat tercapai dalam penelitian ini adalah pengetahuan peserta didik terhadap konsep, prinsip, prosedur dan kemampuan peserta didik menggunakan strategi penyelesaian terhadap suatu masalah yang disajikan.

Hal ini sesuai dengan beberapa hasil penelitian dari (Rasmussen, 2001; Afgani, Suryadi, & Dahlan, 2017; Van & Tong, 2022) menyatakan bahwa sebagian besar mahasiswa calon guru masih mempunyai pemahaman instrumental terkait prosedur menyelesaikan persamaan kuadrat dengan memfaktorkan. Dengan bantuan analogi, pemahaman struktur prosedur penyelesaian persamaan kuadrat dengan memfaktorkan menuntun seseorang pada pemahaman pengembangan prosedur tersebut. Seseorang yang telah memiliki kemampuan pemahaman matematis berarti orang tersebut telah mengetahui apa yang dipelajarinya, hal ini dapat diartikan bahwa mahasiswa dapat mengklasifikasikan objek matematika dengan benar, mahasiswa mampu dalam menggunakan, strategi penyelesaian tertentu dalam menyelesaikan persamaan diferensial khususnya homogen walaupun sebagian mahasiswa masih ada yang

belum memahami konsep dasar turunan dan integral, hal ini senada dengan beberapa hasil penelitian dari (Habre, 2000); (Vajravelu, 2018; Ningsih & Rohana, 2018; Rogovchenko, Rogovchenko, & Equations, 2022) yang menyatakan bahwa sebagian besar mahasiswa hanya mampu memahami konsep persamaan diferensial biasa pada tahap aksi, kesalahan terbanyak terletak pada penggunaan prinsip turunan dan pengintegralan dari suatu fungsi eksponen dan logaritma.

Kontribusi dari hasil penelitian ini, diharapkan baik mahasiswa maupun dosen agar lebih memperhatikan materi ini, dikarenakan materi ini adalah syarat untuk bisa mengembangkan ilmu di semester berikutnya, selain itu penelitian juga sebagai bahan sebagai masukan bagi dosen dan calon dosen agar dapat membenahi diri sehubungan dengan pengajaran yang telah dilakukan agar prestasi belajar mahasiswa yang telah dicapai dengan memperhatikan perbedaan pemahamannya konsep setiap mahasiswa dalam menyelesaikan materi persamaan diferensial serta dapat menambah motivasi belajar mahasiswa untuk lebih meningkatkan prestasi belajarnya khususnya dalam mata kuliah kalkulus II.

KESIMPULAN DAN SARAN

Pemahaman konsep mahasiswa USN Kolaka dalam menyelesaikan masalah persamaan diferensial berdasarkan teori APOS sudah mencapai tahap Skema, namun sebagian besar mahasiswa masih memiliki kelemahan pada tahap aksi, tahap Proses, dan tahap Objek, hal ini disebabkan oleh pembelajaran persamaan diferensial yang hanya terpaku pada rumus dan prosedur penyelesaian, selain pemahaman konsep mahasiswa yang berbeda-beda, beberapa mahasiswa juga masih belum begitu memahami dasar-dasar dari konsep dasar turunan, diferensial dan integral.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

Oleh karena itu, melihat dari hasil kajian yang didapatkan, penulis merasa perlu untuk menyampaikan beberapa saran sebagai berikut: kemampuan pemahaman konsep mahasiswa agar dapat diketahui dan dianalisis, sehingga dosen secara langsung bisa mengadakan refleksi terhadap proses pembelajaran untuk memperbaiki konsep yang kurang dipahami, terutama konsep-konsep dasar seperti turunan dan integral.

DAFTAR PUSTAKA

- Afgani, M. W., Suryadi, D., & Dahlan, J. A. (2017). Analysis of Undergraduate Students' Mathematical Understanding Ability of the Limit of Function Based on APOS Theory Perspective. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). Retrieved from <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012056>
- Altieri, M., & Schirmer, E. (2019). Learning the concept of eigenvalues and eigenvectors: a comparative analysis of achieved concept construction in linear algebra using APOS theory among students from different educational backgrounds. *ZDM - Mathematics Education*, 51(7), 1125–1140. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01074-4>
- Arnawa, I. M., Sumarno, U., Kartasmita, B., & Baskoro, E. T. (2012). Applying the Apos Theory To Improve Students Ability To Prove in Elementary Abstract Algebra. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, 13(1), 133–148. Retrieved from <https://doi.org/10.22342/jims.13.1.80.133-148>
- Arnon, I., Cottrill, J., & Dubinsky, E. (n.d.). *APOS Theory*.
- Arslan, S. (2010). Traditional instruction of differential equations and conceptual learning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 29(2), 94–107. Retrieved from <https://doi.org/10.1093/teamat/hrq001>
- Ayvaz, Ü., Gündüz, N., & Bozkuş, F. (2017). Understanding of prospective mathematics teachers of the concept of diagonal. *Journal on Mathematics Education*, 8(2), 165–184. <https://doi.org/10.22342/jme.8.2.4102.165-184>
- Azizah, N., Budiyono, B., & Siswanto, S. (2021). Students' Conceptual Understanding In Terms Of Gender Differences. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 11(1), 41. Retrieved from <https://doi.org/10.20961/jmme.v11i1.52746>
- Borji, V., Font, V., Alamolhodaie, H., & Sánchez, A. (2018). Application of the complementarities of two theories, APOS and OSA, for the analysis of the university students' understanding on the graph of the function and its derivative. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(6), 2301–2315. <https://doi.org/10.29333/ejmste/89514>
- Borji, V., & Martínez-Planell, R. (2020). On students' understanding of implicit differentiation based on APOS theory. *Educational Studies in Mathematics*, 105(2), 163–179. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09991-y>
- Czocher, J. A., Tague, J., & Baker, G. (2013). Where does the calculus go? An investigation of how calculus ideas are used in later coursework. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(5), 673–684. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.828888>

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

- 013.780215
Donuata I. G., & Pratama, F. W. (2021). Lapisan Pemahaman Konsep Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Soal Logaritma. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(3), 1541–1553.
- Dubinsky, E. (2001). Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses. *MSOR Connections*, 1(2), 10–15. Retrieved from <https://doi.org/10.11120/msor.2001.01020010>
- Ed Dubinsky, M. A. M. (2017). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. *International Journal of Science and Applied Science: Conference Series*, 1–22.
- Febriana, C., & Budiarto, M. T. (2013). Profil Kemampuan Siswa SMA dalam Menyelesaikan Soal Fungsi Kuadrat berdasarkan Teori APOS Ditinjau dari Perbedaan Kemampuan Matematika. *MATHEdunesa*, 2(3), 1–7.
- Habre, S. (2000). Exploring Students' Strategies to Solve Ordinary Differential Equations in a Reformed Setting. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(4), 455-472. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(00\)00024-9](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(00)00024-9)
- Hirschfeld-Cotton, K. (2008). Mathematical Communication, Conceptual Understanding, and Students' Attitudes Toward Mathematics. *Action Research Projects*, 4, 54.
- Hoffkamp, A. (2011). The use of interactive visualizations to foster the understanding of concepts of calculus: Design principles and empirical results. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 43(3), 359–372. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0322-9>
- Kazunga, C., & Bansilal, S. (2020). An APOS analysis of solving systems of equations using the inverse matrix method. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 339–358. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09935-6>
- Maharaj, A. (2013). An APOS analysis of natural science students' understanding of derivatives. *South African Journal of Education*, 33(1), 1–19. Retrieved from <https://doi.org/10.15700/saje.v33n1a458>
- Mahfud, M. S., Mardiyana, M., & Fitriana, L. (2021). Bagaimana Pemahaman Konsep Matematika Siswa Pada Pembelajaran Online? *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(2), 1190. Retrieved from <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i2.3681>
- Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics: Representations, problem solutions, justifications, and explanations. *Journal of Educational Research*, 89(6), 351–363. <https://doi.org/10.1080/00220671.1996.9941339>
- Ningsih, Y. L., & Rohana, R. (2018). Pemahaman Mahasiswa Terhadap Persamaan Diferensial Biasa Berdasarkan Teori Apos. *Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran Matematika*, 11(1). Retrieved from <https://doi.org/10.30870/jppm.v11i1.2995>
- Nurani, M., Riyadi, R., & Subanti, S. (2021). Profil Pemahaman Konsep Matematika Ditinjau Dari Self Efficacy. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(1), 284. Retrieved from <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i1>

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.5373>

- .3388
- Possani, E., Trigueros, M., Preciado, J. G., & Lozano, M. D. (2010). Use of models in the teaching of linear algebra. *Linear Algebra and Its Applications*, 432(8), 2125–2140. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.05.004>
- Rasmussen, C. L. (2001). New directions in differential equations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(1), 55–87. Retrieved from [https://doi.org/10.1016/s0732-3123\(01\)00062-1](https://doi.org/10.1016/s0732-3123(01)00062-1)
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346–362. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.2.346>
- Rogovchenko, S. P., Rogovchenko, Y. V., & Equations, D. (2022). Conceptual understanding of solutions to differential equations: How do assessment tasks promote it?.
- Saxe, G. B., Gearhart, M., & Nasir, N. S. (2001). Enhancing Students' Understanding of Mathematics: A Study of Three Contrasting Approaches to Professional Support. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(1), 55–79. <http://www.springerlink.com/index/w32h000556752317.pdf>
- Şefik, Ö., Erdem Uzun, Ö., & Dost, Ş. (2021). Content Analysis of the APOS Theory Studies on Mathematics Education Conducted in Turkey and Internationally: A Meta-Synthesis Study. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 15(2), 404–428. Retrieved from <https://doi.org/10.17522>
- Tai, P. A. (2020). Actions , Processes , Objects, Schemas (Apos) in Mathematics Education : a Case Study for Matrix Operations, 11(11), 1115–1122.
- Tamalene, H., Palinussa, A. L., & Silitonga, R. H. Y. (2022). Students' Mathematical Understanding Ability Through the M-Apos Approach on Derivative Materials. *AL-ISHLAH: Jurnal Pendidikan*, 14(3), 4097–4104. Retrieved from <https://doi.org/10.35445/alishlah.v14i3.1876>
- Ukobizaba, F., Nizeyimana, G., & Mukuka, A. (2021). Assessment Strategies for Enhancing Students' Mathematical Problem-solving Skills: A Review of Literature. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(3), 1–10. Retrieved from <https://doi.org/10.29333/ejmste/9728>
- Vajravelu, K. (2018). Innovative Strategies for Learning and Teaching of Large Differential Equations Classes. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 91–95. Retrieved from <https://doi.org/10.12973/iejme/2699>
- Van, T. Q., & Tong, D. H. (2022). A survey of high school teachers' perspectives on using APOS theory to develop students' problem-solving skills in the context of derivatives. 05(06), 110–118.
- Wagner, J. F., Speer, N. M., & Rossa, B. (2007). Beyond mathematical content knowledge: A mathematician's knowledge needed for teaching an inquiry-oriented differential equations course. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(3), 247–266. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.09.002>