AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 14, No. 1, 2025, 172-185

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS GEOGEBRA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN MENGKONSTRUKSI BUKTI MATERI LIMIT FUNGSI

Ferdinandus Mone[1*], Justin Eduardo Simarmata[2], Selestina Nahak[3]

[1,2,3] Pendidikan Matematika Universitas Timor, Kefamenanu, Indonesia
**Corresponding author. RT 20 RW 03 Kelurahan Maubeli, 85613, Kefamenanu, Indonesia.*
E-mail: *ferdimone@gmail.com* [1*)]
justinesimarmata@unimor.ac.id [2)]
selestinanahak80@gmail.com [3)]

Received 16 August 2024; Received in revised form 22 February 2025; Accepted 07 March 2025

Abstrak

Definisi limit fungsi menggunakan ε dan δ yang bersifat abstrak sangat sulit dipahami oleh mahasiswa yang baru pertama kali berusaha untuk memahaminya. Definisi ini dipakai dalam pembuktian limit untuk menghilangkan bias subjektifitas dari definisi limit secara intuitif. Kesulitan memahami konsep yang tepat mengenai limit berdampak pada rendahnya kemampuan mahasiswa mengkonstruksi bukti. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis GeoGebra pada materi limit fungsi yang memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif dalam meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menyusun pembuktian. Jenis penelitian yang digunakan adalah Research & Development (R&D) dengan menerapkan model pengembangan ADDIE, yang terdiri dari tahap Analisis, Desain, Pengembangan, Implementasi, dan Evaluasi. Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun akademik 2023-2024 dengan partisipan mahasiswa program studi Pendidikan Matematika Universitas Timor yang mengikuti mata kuliah Kalkulus. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini meliputi lembar validasi ahli, angket respons mahasiswa, serta tes untuk mengukur kemampuan mahasiswa dalam menyusun pembuktian pada materi limit fungsi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa media pembelajaran yang dikembangkan telah terbukti valid, praktis, dan efektif dalam meningkatkan keterampilan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti pada materi limit fungsi. Media pembelajaran berbasis GeoGebra ini siap untuk diterapkan dalam proses pembelajaran Kalkulus dan Analisis Real.

Kata kunci: Geogebra; Kemampuan Mengkonstruksi Bukti; Media Pembelajaran.

Abstract

The definition of a function limit using ε and δ, which is abstract in nature, is very difficult for students to understand when they first attempt to grasp it. This definition is used in limit proofs to eliminate the subjective bias inherent in the intuitive definition of a limit. Difficulty in comprehending the precise concept of a limit impacts students' ability to construct proofs. This study aims to develop a GeoGebra-based learning medium for limit function material that meets the criteria of being valid, practical, and effective in enhancing students' ability to construct proofs. The research follows a Research & Development (R&D) approach, utilizing the ADDIE development model, which consists of five stages: Analysis, Design, Development, Implementation, and Evaluation. This study was conducted during the even semester of the 2023-2024 academic year with participants from the Mathematics Education program at the University of Timor who were enrolled in the Calculus course. The research instruments included expert validation sheets, student response questionnaires, and tests to assess students' ability to construct proofs in limit function material. The findings indicate that the developed learning medium is valid, practical, and effective in improving students' proof-construction skills in limit function material. This GeoGebra-based learning medium is ready to be implemented in Calculus and Real Analysis courses..

Keywords*: GeoGebra; Ability to Construct Proofs; Learning Media*

This is an open access article under the Creative Commons Attribution 4.0 International License

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

PENDAHULUAN

Teori dalam matematika berkaitan dengan konsep yang abstrak. Hal ini karena matematika pada dasarnya adalah ilmu tentang struktur, pola, dan hubungan, yang dapat diaplikasikan pada berbagai bidang, mulai dari yang sangat konkret seperti pengukuran fisik hingga yang sangat abstrak seperti teori himpunan dan ruang vector (Putra dkk., 2023).

Matematika merupakan ilmu yang dapat dibuktikan kebenarannya secara deduktif berdasarkan aksioma, definisi dan postulat yang ada (Firmasari & Sulaiman, 2019; Khusna, 2020). Dengan matematika kemampuan dalam menunjukkan bukti yang logis terhadap suatu pernyataan sangatlah penting (Hardianti dkk., 2020).

Pembuktian adalah proses logis yang digunakan untuk menunjukkan bahwa sebuah pernyataan matematika benar berdasarkan asumsi dan aturan-aturan yang telah ditetapkan (Firmasari dkk., 2022). Dalam matematika, terdapat berbagai metode pembuktian, seperti pembuktian langsung, pembuktian tidak langsung (kontraposisi dan reduksi ad absurdum), induksi matematika, serta metode lainnya (Annurwanda & Friantini, 2022). Setiap metode ini memiliki cara tersendiri untuk menghubungkan konsep-konsep abstrak dengan logika yang ketat.

Dalam konteks perkembangan kognitif, merepresentasi bukti matematika dapat dilihat melalui empat tahapan yang menggambarkan bagaimana seseorang memproses dan memahami bukti dari sudut pandang perkembangan mental (Khusna, 2020). Tahapan ini sering dikaitkan dengan teori perkembangan kognitif dari Jean Piaget, tetapi juga bisa berlaku dalam konteks yang lebih luas. Keempat tahap tersebut antara lain 1) Tahap Konkret (*Concrete Representation*) yaitu representasi bukti didasarkan pada objek konkret dan manipulasi fisik. Bukti biasanya diberikan dengan manipulasi benda atau gambar. 2) Tahap Praformal (*Preformal Representation*) yaitu menggunakan simbol-simbol dan gambar untuk merepresentasikan bukti, tetapi masih sangat bergantung pada contoh konkret dan visualisasi seperti menggunakan diagram, gambar, grafik atau simbol-simbol yang sederhana. 3) Tahap Formal (*Formal Representation*) yaitu menggunakan konsep abstrak dan argumen logis tanpa perlu merujuk pada objek konkret atau gambar secara langsung. membuktikan suatu pernyataan dengan menggunakan logika deduktif dan aturan matematika yang lebih kompleks. 4) Tahap Metakognitif (*Metacognitive Representation*) yaitu Kesadaran reflektif atas proses berpikir, memungkinkan kontrol dan evaluasi kritis terhadap strategi pembuktian.

Faktanya pembuktian adalah sesuatu yang sulit untuk dilakukan (Maarif dkk., 2020; Siregar, 2018). Masalah yang dialami oleh mahasiswa program kalkulus I dalam membuktikan limit mengalami kesulitan mulai dari memahami definisi limit yang abstrak sampai pada proses pembuktian. Dengan masalah seperti ini mahasiswa belum mampu dalam mengkonstruksi bukti secara formal. Rata-rata skor kemampuan 40 mahasiswa dalam menyusun pembuktian mencapai 45 dengan skor maksimum 100. Skor ini masih rendah dari yang diharapkan dalam pembelajaran. Dalam menghadapai masalah ini peneliti merasa penting dalam mencari solusi mengatasi masalah tersebut dengan melakukan pengembangan media pembelajaran berbasis GeoGebra untuk materi limit fungsi sehingga kemampuan mengkonstruksi bukti dapat terbantukan

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

dengan menurunkan satu tingkatan representasi bukti yaitu praformal.

Menurut Darmawan dalam (Khusna & Rosyadi, 2021; Netti, 2018) terdapat tiga indikator dalam mengukur kemampuan mengkonstruksi bukti yaitu 1) Kemampuan menyusun dan mengolah fakta-fakta serta mengatur langkah-langkah pembuktian secara sistematis untuk menghasilkan bukti yang valid. 2) Kemampuan menghubungkan fakta-fakta yang telah diketahui dalam suatu pernyataan dengan elemen-elemen yang akan dibuktikan. 3) Kemampuan menerapkan premis, definisi, atau teorema yang relevan dengan suatu pernyataan guna menyusun sebuah pembuktian. Kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti masih pada mengumpulkan fakta dalam suatu pernyataan matematis, belum mampu mengorganisir dan menggunakan definisi yang tepat mengenai limit fungsi.

Beberapa penelitian mengenai kemampuan mengkonstruksi bukti telah dilakukan sebelumnya diantaranya penelitian Aprilianty dkk. (2024) yaitu persentase siswa yang mengkonstruksi pembuktian menggunakan perangkat lunak GeoGebra sebesar 30%, penelitian (Azizah dkk., 2021) dengan hasil pemanfaatan software Geogebra dalam pengembangan modul kalkulus mempermudah pemahaman mahasiswa dalam memahami konsep kalkulus pada materi pembuktian limit fungsi. Dari penelitian-penelitian tersebut telah menggunakan media dalam menganalisis kemampuan mengkonstruksi bukti namun tidak didahului dengan proses pengembangan media pembelajaran. selain itu media pembelajaran yang dapat langsung digunakan untuk menjelaskan konsep yang tepat mengenai limit mengunakan ε dan δ belum ada dan perlu dikembangkan oleh pengajar. Pengembangan media pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan mengkonstruksi bukti pada penelitian ini berbasis Geogebra karna Geogbra memiliki beberapa keunggulan diantaranya merupakan aplikasi yang gratis, tidak membutuhkan penguasaan Bahasa pemrograman dan mudah dipelajari dan dapat digunakan untuk berbagai materi matematika (Jelatu dkk., 2018). Hasil pengembangan akan sangat membantu mahasiswa dalam memahami konsep limit dan pada akhirnya mampu mengkonstruksi bukti karna pada kenyataannya mahasiswa yang memprogram matakuliah kalkulus merupakan mahasiswa yang mengalami *learning loss* akibat pandemic covid-19 (Sartono dkk., 2024).

Pembuktian matematika secara grafis menggunakan GeoGebra merupakan pendekatan yang kuat untuk mengilustrasikan konsep dan teorema matematika melalui visualisasi (Nisiyatussani dkk., 2018). Meskipun pembuktian grafis tidak selalu setara dengan pembuktian formal dalam matematika, namun dapat membantu dalam memahami, mengeksplorasi, dan memverifikasi teorema atau sifat-sifat tertentu (Aisya dkk., 2019; Fadiana dkk., 2021).

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan media pembelajaran yang valid, praktis, dan efektif guna meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menyusun pembuktian pada materi limit fungsi.

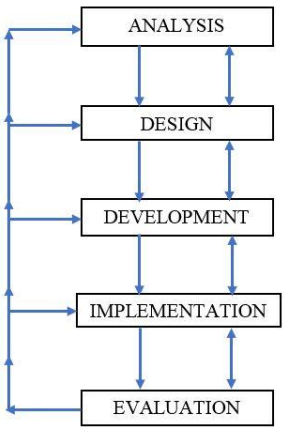
METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian jenis *Research and Development* (R&D) yang menggunakan model pengembangan ADDIE, yang

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

mencakup tahap Analisis, Desain, Pengembangan, dan Implementasi. Diagram alir dari model pengembangan ADDIE tampak seperti Gambar 1.

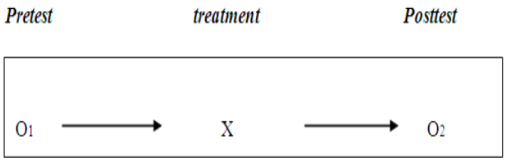


Gambar 1. Alur Model Pengembangan ADDIE (Ampera, 2017)

Pada tahap *Analysis* melibatkan analisis kebutuhan dan tujuan pembelajaran atau Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK). Menganailis tingkat kedalaman dan keluasan materi serta kendala yang dihadapi dalam menyampaikan materi. Pada tahap *Design* menentukan jenis media yang digunakan, bentuk dan tampialn media, serta kesesuaian media terhadap tujuan pembelajaran setelah selesai pada tahap desian tahap *Development* dengan memberikan hasil desain kepada validator (ahli) yaitu ahli media dan ahli materi untuk memperoleh saran, masukkan dalam pengembangan media, selanjutnya media yang valid digunakan dalam tahap *Implementation*. Pada tahap ini media terapkan dalam pembelajaran untuk mengetahui respon mahasiswa berkaitan dengan media yang dikembangkan. Hasil respon mahasiswa digunakan untuk perbaikan dalam pengembangan media. pada tahap *Evaluation* dilakukan postest untuk mengetahui keefekifan media pembelajaran berbasis geogebra yang dikembangkan dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti.

Penelitian ini dilaksanakan di Universitas Timor. Populasi dalam penelitian ini terdiri dari mahasiswa program studi Pendidikan Matematika yang terdaftar dalam mata kuliah Kalkulus I pada semester genap tahun akademik 2023-2024. Sampel dalam penelitian ini adalah mahasiswa kelas A yang mengikuti mata kuliah Kalkulus I, dengan jumlah sebanyak 40 mahasiswa. Teknik *sampling* yang digunakan adalah *purposive sampling* karena peneliti adalah dosen pengampuh pada mata kuliah kalkulus I kelas A sehingga peneliti lebih leluasa menerapkan media pembelajaran yang telah dikembangkan.

Pada tahap Implementasi, peneliti menerapkan desain *one-group pretest-posttest* untuk memperoleh data dalam menganalis keefektifan media pembelajaran yang dikembangkan. Desain ini tampak seperti Gambar 2.



Gambar 2. Desain Implementasi Media

Instrument yang digunakan dalam penelitian ini adalah lembar validasi ahli terhadap media pembelajaran, angket respon siswa dan soal tes kemampuan mengkonstruksi bukti. Penelitian ini menggunakan teknik analisis data sebagai berikut,

1. Uji kevalidan media pembelajaran
   Validitas media pembelajaran ditentukan menggunakan rumus (1) dengan Vm=validitas media

$$Vm = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} \qquad (1)$$

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 14, No. 1, 2025, 172-185
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

Adapun kriteria dari tingkat kevalidan media tampak seperti Tabel 1

Tabel 1. Kriteria kevalidan media

Rata-Rata Nilai	Interpretasi
$1.00 \leq Vm < 1.80$	Tidak Valid
$1.80 \leq Vm < 2.60$	Kurang Valid
$2.60 \leq Vm < 3.40$	Cukup Valid
$3.40 \leq Vm < 4.20$	Valid
$4.20 \leq Vm < 5.00$	Sangat Valid

Sumber: (Sugiyono, 2017)

Media pembelajaran dikatakan valid jika nilai Vm berada diantara 3.40 sampai 5.00 atau $3.40 \leq Vm < 4.20$.

2. Uji kepraktisan media pembelajaran
   Nilai kepraktisan media pembelajaran dihitung menggunakan rumus (2)
   $$P = \frac{S_i}{S_{max}} \times 100 \quad (2)$$
   S_i=Jumlah skor perolehan
   S_{max}=Jumlah skor maksimum
   Kriteria tingkat kepraktisan media yang dikembangkan ditentukan menggunakan Tabel 2.

Tabel 2. Kriteria Kepraktisan Media

Rata-Rata Nilai	Kriteria
$85 \leq P \leq 100$	Sangat Praktis
$75 \leq P < 85$	Praktis
$60 \leq P < 75$	Cukup Praktis
$55 \leq P < 60$	Kurang Praktis
$0 \leq P < 55$	Tidak Praktis

Sumber: (Sugiyono, 2017)

Media pembelajaran layak digunakan apabila berada pada kriteria minimal praktis jika nilai *P* berada diantara 75 sampai dengan 100 atau $75 \leq P < 100$.

3. Uji keefektifan media pembelajaran
   Media pembelajaran dianggap efektif apabila hasil implementasi media pembelajaran mengakibatkan mahasiswa mengalami ketuntasan dan peningkatan dalam kemampuan mengkonstruksi bukti. Untuk mengetahui ketuntasan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti digunakan uji SPSS yaitu uji t satu sampel (*One Sample t-Test*) (Yuliani & Hartanto, 2019) dengan nilai minimal ketuntasan 60. Kriteria ketuntasan ditentukan dengan jika nilai $t_{hitung} > t_{table}$ maka mahasiswa mengalami ketuntasan secara signifikan, Sedangkan untuk mengetahui peningkatan kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti digunakan uji SPSS yaitu uji t sampel berpasangan (*paired sample t-test*) (Yuliani & Hartanto, 2019). Kriteria terjadi peningkatan dilihat dari hasil uji SPSS yaitu nilai sig < 0.05 dan rata-rata *postest* > rata-rata *pretest*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

1. Tahap *Analysis*

Pada tahap *analysis* dilakukan penyelidikan terhadap kurikulum program studi Pendidikan matematika berkaitan dengan Capaian Pembelajaran Lulusan (CPL) dan Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK) untuk matakuliah Kalkulus I. Pada tahap ini juga diselidiki tujuan pembelajaran dan kebutuhan-kebutuhan, stategi, metode, media yang dapat mendukung tercapainya tujuan pembelajaran kemudian membandingkan dengan metode, strategi atau media yang selama ini dipakai. Selain itu dilakukan analisis terhadap materi yang mendukung dalam proses peningkatan kemampuan mengkonstruksi bukti sehingga dipilih materi limit fungsi. Selanjutnya disiapkan bahan ajar dan RPS yang mendukung dalam proses pembelajaran. Hasil dari tahap *analysis* adalah pembelajaran Kalkulus I selama ini kurang melibatkan media pembelajaran yang dapat membantu menvisualisasikan

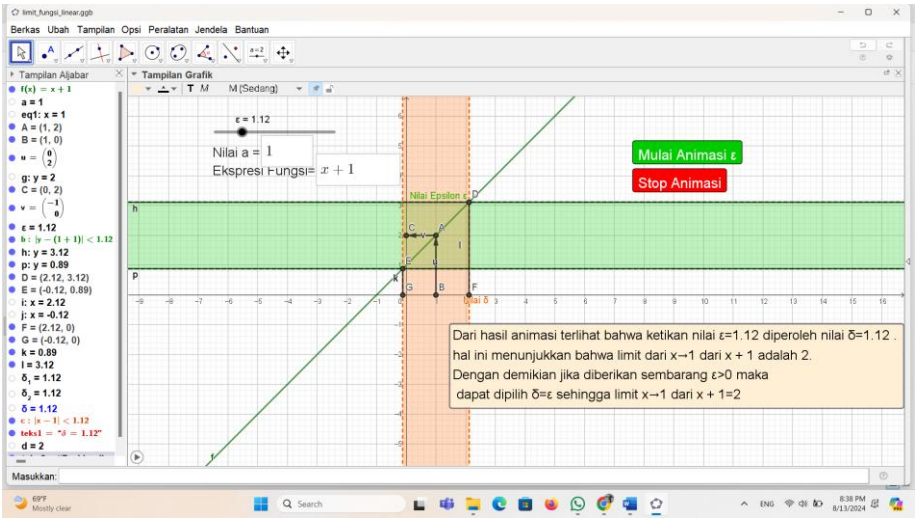
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

konsep-konsep yang abstrak, atau memverifikasi kebenaran dari solusi matematis ataupun mengkonfirmasi kebenaran yang diperoleh dari hasil kerja. Dengan demikian pengembangan media pembelajaran berbasis geogebra pada materi limit fungsi menjadi salah satu upaya untuk mengatasi masalah tersebut.

2. Tahap *Design*

Pada tahap Design dilakukan preancangan terhadap media pembelajaran menggunakan Geogebra. Perancangan ini dengan memperhatikan kesesuaian media dengan materi Limit fungsi, merancang bentuk antar muka, menuliskan *script* program berupa *event* saat tombol ditekan serta animasi yang dapat diharapkan. Dalam perancangan media juga sangat memperhatikan beberapa hal antara lain, hubungan antara media dalam menjelaskan konsep, membantu menverifikasi bukti, maupun mengkonfirmasi hasil kerja. Pada tahap ini dihasilkan media pembelajaran yang tampak seperti Gambar 3.

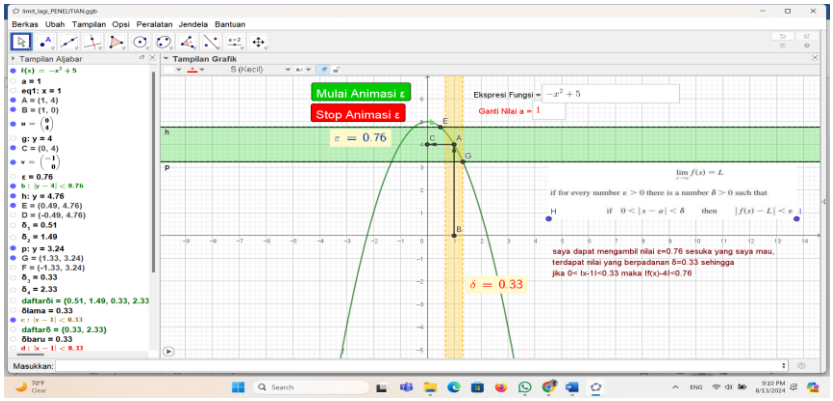


Gambar 3. Hasil Desain Media Pembelajaran dengan input $f(x) = x + 1$

Pada Gambar 3 terlihat bahwa jika animasi dihidupkan/dinyalakan dan nilai $\varepsilon = 1.12$ maka nilai $\delta = 1.12$ untuk pembuktian $\lim_{x\to 1}(x + 1)$. Dengan memperhatikan perubahan nilai ε diperoleh nilai $\delta = \varepsilon$. Hasil desain media pembelajaran tersebut menfasilitasi mahasiswa untuk melakukan animasi terhadap nilai ε (pilih sembarang $\varepsilon > 0$) maka akan diperoleh nilai $\delta > 0$ yang berpadanan dengan nilai ε yang memudahkan mahasiswa dalam memahami konsep limit yang abstrak dan memverifikasi bukti serta menghilangkan keragu-raguan terhadap bukti yang telah dibuat. Hasil dari media pembelajaran ini juga memberikan kemudahan kepada mahasiswa untuk menganti-ganti ekspresi fungsi sesuai dengan kebutuhan sehingga aplikasi yang dibuat benar-benar bersifat fleksibel seperti tampak pada Gambar 4 dengan menggantikan ekspresi fungsi dengan $f(x) = -x^2 + 5$. Pada Gambar 4 terlihat bahwa jika animasi dihidupkan/dinyalakan dan nilai $\varepsilon = 0.76$ maka nilai $\delta = 0.33$ untuk pembuktian $\lim_{x\to 1}(-x^2 + 5)$. Dengan memperhatikan perubahan nilai ε diperoleh nilai $\delta = \frac{\varepsilon}{2.33}$.

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 14, No. 1, 2025, 172-185
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

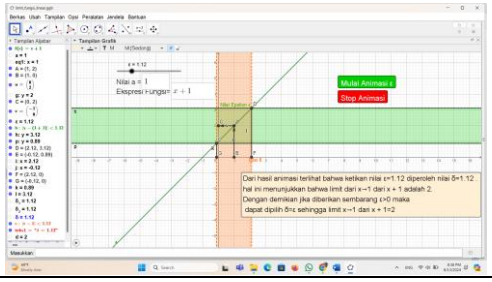
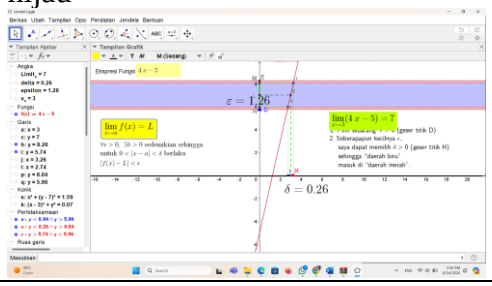
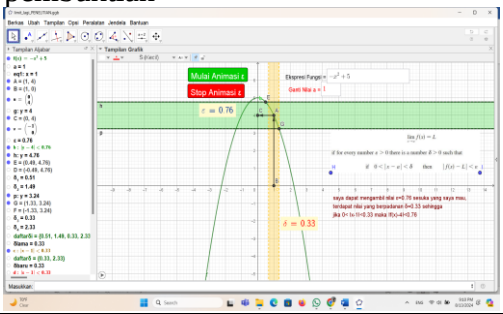
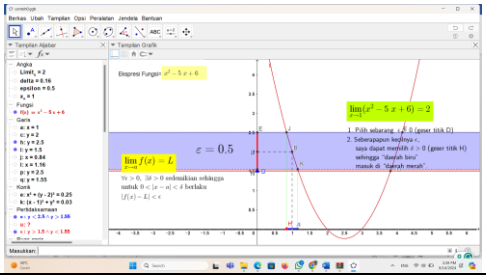


Gambar 4. Hasil Desain Media Pembelajaran dengan input $f(x) = -x^2 + 5$

3. Tahap *Development*

Pada tahap ini dilakukan media pembelajaran yang telah didesain diberikan kepada 2 orang validator untuk validasi media dan 2 orang validator untuk validasi materi. Hasil validasi dari validator diperoleh revisi terhadap media pembelajaran yang telah dibuat. Hasil revisi ditunjukkan dalam Gambar 4.

Tabel.3 Perbaikan dari hasil validasi Ahli

Aspek	Sebelum Revisi	Sesudah Revisi
Ahli Media		
Manfaat media	Media yang dibuat kurang merangsang rasa ingin tahu siswa dan kurang membantu mahasiswa dalam belajar karena kurangnya interaksi antara pengguna dengan media. 	Terdapat perubahan berupa tombol animasi yang digantikan dengan cara mengubah nilai ε dan nilai δ dengan cara mengeser titik D dan titik H untuk melihat daerah biru menjadi bagian dari daerah hijau 
Ahli Materi		
Latihan Mandiri dan tata bahasa	Belum ada definisi dan petunjuk dalam operasi media untuk pemahaman dan pembuktian 	Tambahkan definisi limit dan berikan petunjuk melakukan operasi dalam menambahkan pemahaman dan memverifikasi bukti 

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 14, No. 1, 2025, 172-185
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

Data hasil validasi dari ahli media dan ahli materi kemudian dihimpan kemudian dianalisis dan diperoleh hasil seperti tampak pada Table 4 dan Table 5

Tabel 4. Hasil validasi Ahli Media

Aspek	rerata skor
Kemudahan Penggunaan dan Navigasi	4.25
Tampilan Visual	4.14
Integrasi Media	4.66
Manfaat Media	3.66
Rata-rata	4.17

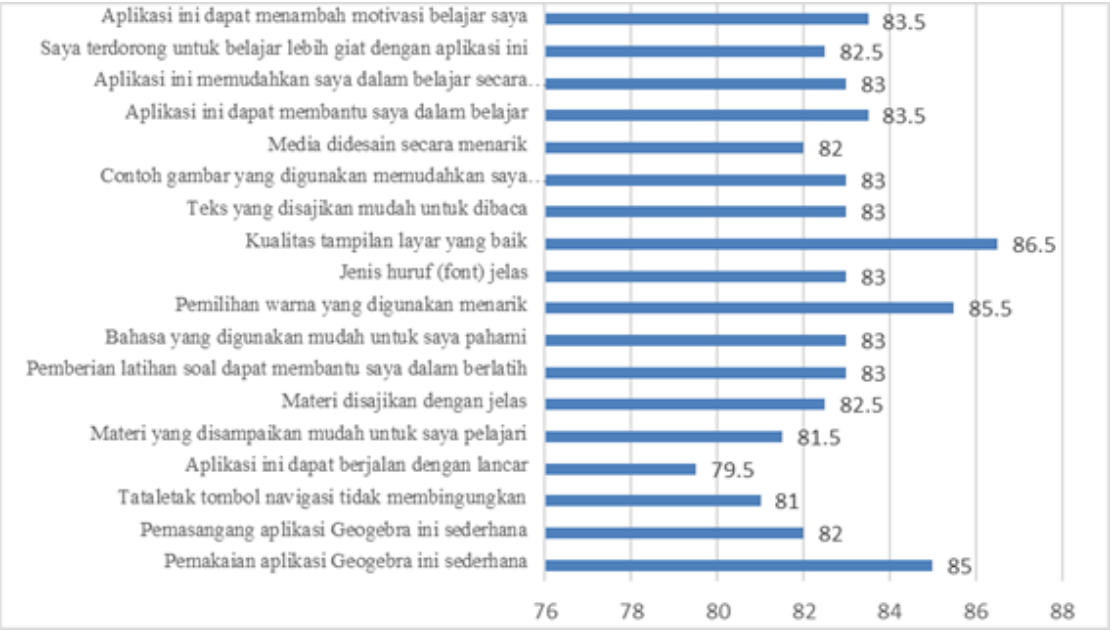
Table 5. hasil validasi ahli materi

Aspek	rerata skor
Relevansi Materi	5
Penyajian Materi	5
Latihan mandiri dan tata bahasa	4
strategi	4
Rata-rata	4.5

Berdasarkan hasil rekapitulasi tersebut diperoleh rata-rata skor untuk hasil validasi media yaitu 4.14 atau media pembelajaran berbasis geogebra yang dikembangkan untuk meningkatkan kemampuan mengkonstruksi bukti adalah valid. Begitu pula untuk hasil validasi materi diperoleh rata-rata skor 4.5 atau kesesuaian materi dalam media pembelajaran yang dikembangkan sangat valid.

4. Tahap *Implementation*

Media pembelajaran yang telah divalidasi oleh ahli materi dan ahli media kemudian diterapkan dalam pembelajaran limit fungsi. Pembelajaran menitik beratkan pada kebermanfaatan media pembelajaran dalam mempelajari konsep limit dan membantu mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti terhadap pernyataan-pernyataan matematis yang berkaitan dengan limit fungsi. Setelah mahasiswa menggunakan media pembelajaran diberikan angket untuk mengetahui kepraktisan media pembelajaran dalam mengkonstruksi bukti. Hasil angket respon mahasiswa tampak seperti dalam diagram berikut.



Gambar 5. Respon siswa terhadap media pembelajaran

AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika
Volume 14, No. 1, 2025, 172-185
ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

Data hasil angket pada Gambar 5 terlihat bahwa skor paling rendah bernilai 79.5 pada item pernyataan aplikasi dapat berjalan dengan lancar dan skor tertinggi 86.5 pada item pernyataan kualitas tampilan layar yang baik. Secara keseluruhan rata-rata nilai kepraktisan 82.94 yang berarti media pembelajaran yang dikembangkan praktis.

5. Tahap *Evaluation*

Setelah media pembelajaran diimplementasikan dalam pembelajaran selanjutnya dilakukan *posttest* untuk untuk mengetahui keefektifan media pembelajaran. Hasil tes kemudian dianalisis menggunakan uji Kolmogorov sminov untuk kenormalan data dan dilanjutkan uji t satu sampel untuk mengetahui ketuntasan kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti dan uji t sample berpasangan untuk mengetahui peningkatan kemampuan mengkonstruksi bukti. Hasil uji normalitas data dan uji t satu sampel tampak seperti berikut,

Tabel 6. Hasil Uji Normalitas

	Kolmogorov-Smirnov[a]		
	Statistic	**df**	**Sig.**
Pretest	.115	40	.2000’
Posttest	.078	40	.200’

Tabel 7. Hasil Uji t Satu sampel

Test Value = 60					
t	**df**	**Sig. (2-tailed)**	**Mean Difference**	**95% Confidence Interval of the Difference**	
				Lower	**Upper**
2.361	39	.023	5.94444	.8515	11.0374

Tabel 8. Hasil Uji t Sampel Berpasangan

	Paired Differences					**t**	**df**	**Sig. (2-tailed)**
	Mean	**Std. Deviation**	**Std. Error Mean**	**95% Confidence Interval of the Difference**				
				Lower	**Upper**			
posttest - pretest	2.78333E1	13.68934	2.16447	23.45527	32.21140	12.859	39	.000

Berdasarkan hasil uji t satu sampel seperti pada Table 7 diperoleh nilai t hitung 2.361. Nilai t table dengan derajat kebebasan 39 dengan $\alpha = 0.05$ adalah 1.68488. Nilai t hitung > nilai t tabel (2.361>1.685) sehingga H_0 ditolak dan terima H_1 yang berarti kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti pada materi limit fungsi tuntas secara signifikan. Selanjutnya berdasarkan hasil uji t sampel berpasangan diperoleh nilai sig 0.00 <0.05 sehingga H_0 ditolak dan terima H_1 yang berarti terdapat perbedaan antara rata-rata kemampuan mengkonstruksi bukti sebelum menggunakan media pembelajaran dan setelah menggunakan media pembelajaran. Perbedaan nilai rata-rata ini dapat dilihat pada table deskriptif statistik berikut.

Tabel 9. Deskripsi Statistik Pretest dan Posttest

	Mean	**N**	**Std. Deviation**	**Std. Err. Mean**
posttest	65.9444	40	15.92470	2.51792
pretest	38.1111	40	9.12160	1.44225

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

Berdasarkan hasil deskriptif statistik pada Table 9 nilai rata-rata posttest > nilai rata-rata pretest (65.94>38.11) sehingga dikatakan bahwa terjadi peningkatan kemampuan mengkonstruksi bukti pada materi limit fungsi setelah menggunakan media pembelajaran yang dikembangkan.

Berdasarkan hasil dari kedua uji diatas yaitu terjadinya ketuntasan dan peningkatan yang signifikan dalam kemampuan mengkonstruksi bukti maka disimpulkan bahwa media pembelajaran yang dikembangkan efektif dalam meningkatkan kemampuan mengkonstruksi bukti materi limit fungsi.

Pembahasan

1. Validitas Media Pembelajaran

Kevalidan media pembelajaran yang dikembangkan tidak terlepas dari alur pengembangan yaitu analysis dan design. Pada tahap analysis bagian yang terpenting dalam menghasilkan media pembelajaran ini terletak dari kebutuhan mahasiswa terhadap media pembelajaran untuk memahami konsep yang abstrak.

Pada bagian design terdapat revisi terhadap media dengan merevisi media agar mampu menambah interaksi antara pengguna, petunjuk penggunaan dan output media dalam bentuk pernyataan matematis. Media pembelajaran dinilai valid karena mampu menjelaskan materi pembelajaran dan mampu menverifikasi bukti berupa hubungan antara nilai δ dan ε. Selain itu tampilan media juga serta kemudahan dalam mengoperasikan media menjadi aspek yang mendukung kevalidan media. Hal ini sejalan dengan pendapat (Rosyidi dkk., 2024) bahwa untuk menghasilkan media pembelajaran yang valid perlu memperhatikan kemudahan penggunaan, navigasi, tampilan visual, integrasi media dan manfaat media.

2. Kepraktisan Media Pembelajaran

Hasil angket respon siswa terhadap media pembelajaran menghasilkan kriteria praktis tidak terlepas dari masukkan dari para ahli baik itu ahli materi dan ahli media. Hasil revisi dari ahli materi dan ahli media membuat mahasiswa lebih aktif dalam menggunakan media pembelajaran. hal ini terlihat ketika mengerjakan soal mengenai pembuktian limit. Mahasiswa terlebih dahulu menginput fungsi dan menentukan nilai ε (shingga diperoleh nilai δ) barulah mengerjakan pembuktian. Hasil dari pembuktian kemudian diperoleh hubungan antara nilai ε dan nilai δ yang menjadi kepuasan atas jawaban mereka peroleh.

Hal ini sejalan dengan temuan penelitian dari (Kurniawan & Ulfah, 2023) bahwa kepraktisan media tidak terlepas dari antusias, daya Tarik, rasa penasaran dan manfaat media dalam membantu pengguna dalam menyelesaian masalah. Dalam implementasi media terdapat 12 mahasiswa yang tidak memiliki laptop sehingga dicari alternaftif lain berupa pemasangan aplikasi Geogebra pada perangkat Android mereka. Dalam menjalankan media yang dikembangkan pada android tidak dapat berjalan maksimal karena ukuran layar android yang kecil dan tampilan tombol/navigasi yang berbeda sehingga mempengaruhi hasil respon mahasiswa mengenai tampilan media dan kemudahan mengoperasikan media. Hasil penelitian ini sejalan dengan yang ditemukan oleh (Puspitasari dkk., 2023) bahwa media pembelajaran berbasis Geogebra lebih praktis menggunakan perangkat Komputer/PC.

3. Keefektifan Media Pembelajaran

Berdasarkan hasil evaluasi diperoleh hasil kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti efektif.

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

Keefektifan media pembelajaran ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Aprilianty et al. (2024) yaitu terjadinya peningkatan dan ketuntasan kemampuan mengkonstruksi bukti setelah digunakan media pembelajaran seperti Geogebra dan Cabri II Plus. Keefektifan dari media pembelajaran yang dikembangkan terlihat dari jawaban siswa yaitu rata-rata semua siswa mampu menjalankan indikator kemampuan mengkonstruksi bukti yaitu 1) Kemampuan menyusun dan mengolah fakta-fakta serta mengatur langkah-langkah pembuktian secara sistematis untuk menghasilkan bukti yang valid. Hal ini terlihat dalam hasil kerja berupa mahasiswa mampu menuliskan apa yang diketahui, mencari nilai δ yang berpadanan dengan nilai ε, 2) Kemampuan menghubungkan fakta-fakta yang telah diketahui dalam suatu pernyataan dengan elemen-elemen yang akan dibuktikan. Mahasiswa mampu menjalankan langka-langkah pembuktian dengan tepat yaitu mencari nilai δ dan Langkah berikutnya Menyusun bukti bahwa nilai δ yang diperoleh berlaku atau tepat. Ketepatan penentuan nilai δ tidak terlepas dari penggunaan media pembelajaran yang digunakan untuk melakukan verifikasi terhadap jawaban. 3) Kemampuan menerapkan premis, definisi, atau teorema yang relevan dengan suatu pernyataan guna menyusun sebuah pembuktian. Mahasiswa mampu menjalankan Sebagian dari indicator ini. Hal ini disebabkan karena mahasiswa kurang mampu menggunakan konsep pertidak samaan dan harga mutlak dalam menentukan hubungan antara nilai δ dan ε. Keefektifan media pembelajaran ini juga terlihat dari 30 mhasiswa atau 70% mengalami ketuntasan kemampuan mengkonstruksi bukti. selain itu terjadi peningkatan yang signifikan sebelum dan sesudah diimplementasikan media pembelajaran. besar peningkatan ini dilihat dari rata-rata kemampuan mengkonstruksi bukti yang naik dari 38.11 menjadi 69.44. Dengan mencapainya ketuntasan dan peningkatan dalam kemampuan mengkonstruksi bukti maka media pembelajran yang dikembangkan dinyatakan efektif. Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitan (Rizal dkk., 2021) yaitu keefektifan terhadap produk pengembangan dalam pembelajaran dilihat dari terjadinya ketuntasan dan peningkatan setelah diimplementasikan produk yang dikembangkan.

Mengacu pada model pengembangan ADDIE maka temuan dalam penelitian ini adalah media pembelajaran berbasis Geogebra yang dikembangkan valid, praktis dan efektif dalam meningkatkan kemampuan mengkonstruksi bukti materi limit fungsi. Keberhasilan dari penelitian ini tidak terlepas dari proses desain yang memperhatikan unsur kesesuaian tujuan pembelajaran dengan aplikasi, kemudaan penggunaan media, tata letak, tata bahasa maupun kebermanfaatan media. Pada proses pengembangan sangat dipengaruhi oleh masukkan dari para validator, baik ahli materi dan ahli media. Pada tahap implementasi mahasiswa dengan mudah memahami konsep limit yang abstrak dengan secara visual menggunakan aplikasi untuk melihat hubungan antara ε dan δ serta mampu menverifikasi bukti.

Kelebihan dari media yang dikembangkan adalah mampu memvisualisasikan hubungan antara ε dan δ dengan jelas melalui animasi dan dapat diterapkan secara fleksibel untuk semua jenis fungsi. Terdapat juga kekurangan dari aplikasi yang dikembangkan yaitu aplikasi lebih cocok untuk dijalankan pada monitor besar

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

seperti laptop atau computer ketimbang dijalankan pada HP atau tablet karena akan terjadi perbedaan tampilan dan tata letak.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil validasi ahli, respon siswa terhadap media pembelajaran yang dikembangkan dan hasil evaluasi terhadap kemampuan mahasiswa mengkonstruksi bukti maka kesimpulan dari penelitian ini adalah pengembangan media pembelajaran berbasis Geogebra valid, praktis dan efektif dalam meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti.

Saran

Berdasarkan temuan dilapangan maka saran dalam penelitian ini yaitu, 1) media pembelajaran yang dikembangkan menggunakan aplikasi geogebra sebaiknya memperhatikan fasilitas atau perangkat yang digunakan oleh pengguna (siswa atau mahasiswa) sebab media yang dikembangkan lebih praktis untuk digunakan. 2) Peneliti atau pengajar dapat memperhatikan materi prasyarat yang menjadi dasar untuk meningkatkan kemampuan mengkonstruksi bukti. 3) media pembelajaran yang dikembangkan sebaiknya diterapkan hanya kepada mereka yang gagal dalam menjalankan pembuktian formal.

DAFTAR PUSTAKA

Aisya, S., Kusaeri, K., & Sutini, S. (2019). Restrukturisasi Berpikir Siswa Melalui Pemunculan Skema dalam Menyelesaikan Soal Ujian Nasional Mata Pelajaran Matematika. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, *4*(2), 157–165. https://doi.org/10.15642/jrpm.2019.4.2.157-165

Ampera, D. (2017). Addie model through the task learning approach in textile knowledge course in dress-making education study program of State University of Medan. *International Journal of GEOMATE*, *12*(30), 109-114. https://doi.org/10.21660/2017.30.TVET005

Annurwanda, P., & Friantini, R. N. (2022). Mathematical induction proofing: Procedural fluency reviewed from the creative thinking level of mathematics students. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, *9*(1), 22-35. https://doi.org/10.21831/jrpm.v9i1.43987

Aprilianty, D. R., Meryansumayeka, M., Scristia, S., & Yusuf, M. (2024). Kemampuan Pembuktian Matematika Siswa Sma Pada Materi Trigonometri Menggunakan Pembelajaran Berbasis Bukti Berbantuan Software Geogebra. *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)*, *8*(2), 153–171. https://doi.org/10.35706/sjme.v8i2.11095

Azizah, I. N., Amri, M. K., Ikashaum, F., & Mispani, M. (2021). Pengembangan Modul Kalkulus dengan Pemanfaatan Software Geogebra. *JRPM (Jurnal Review Pembelajaran Matematika)*, *6*(1), 13-23. https://doi.org/10.15642/jrpm.2021.6.1.13-23

Fadiana, M., Yulaikah, Y., & Lajianto, L. (2021). Tipe Pembuktian Mahasiswa Calon Guru Matematika. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *10*(1), 351-358.

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i1.3443

Firmasari, S., Herman, T., & Firdaus, E. F. (2022). Rigorous Mathematical Thinking: Conceptual Knowledge and Reasoning in the Case of Mathematical Proof. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif, 13*(2), 246-256. https://doi.org/10.15294/kreano.v13i2.34536

Firmasari, S., & Sulaiman, H. (2019). Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika. *Journal of Medives : Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang, 3*(1), 1-9. https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v3i1.642

Hardianti, S., Tayeb, T., Nur, F., Majid, A. F., & Baharuddin, B. (2020). The Analysis of Mathematical Proof Ability. *Matematika dan Pembelajaran, 8*(2), 102-111. https://doi.org/10.33477/mp.v8i2.1528

Jelatu, S., Sariyasa, & Made Ardana, I. (2018). Effect of GeoGebra-aided REACT strategy on understanding of geometry concepts. *International Journal of Instruction, 11*(4), 325-336. https://doi.org/10.12973/iji.2018.11421a

Khusna, A. H. (2020). REACT: Strategi Pembelajaran untuk Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam Mengkonstruksi Bukti. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *9*(3), 570-579. https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i3.2950

Khusna, A. H., & Rosyadi, A. A. P. (2021). Karakteristik Miskonsepsi Mahasiswa pada Konsep Himpunan Ditinjau dari Kemampuannya Dalam Mengkonsruksi Bukti Matematis. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *10*(3), 1422-1431. https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3735

Kurniawan, I., & Ulfah, S. (2023). Effects of the Geogebra-assisted Missouri mathematics project learning model on students' mathematical communication ability. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika, 10*(2), 169-179. https://doi.org/10.21831/jrpm.v10i2.60232

Maarif, S., Wahyudin, W., Alyani, F., & Pradipta, T. R. (2020). Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Geometri Mahasiswa Calon Guru Matematika Pada Perkuliahan Geometri. *Jurnal Elemen, 6*(2), 211-277. https://doi.org/10.29408/jel.v6i2.2012

Netti, S. (2018). Tahapan Berpikir Mahasiswa dalam Mengonstruksi Bukti Matematis. *Matematika dan Pembelajaran, 6*(1), 1-10. https://doi.org/10.33477/mp.v6i1.437

Nisiyatussani, Ayuningtyas, V., Fathurrohman, M., & Anriani, N. (2018). GeoGebra applets design and development for junior high school students to learn quadrilateral mathematics concepts. *Journal on Mathematics Education, 9*(1), 27-40. https://doi.org/10.22342/jme.9.1.4162.27-40

Puspitasari, N., Sofyan, D., Handriani, R. T. S., & Maharani, R. P. (2023). Improving Junior High School Students' Ability to Ask Mathematical Problems through the Use of Geogebra-Based Learning

ISSN 2089-8703 (Print)
ISSN 2442-5419 (Online)

DOI: https://doi.org/10.24127/ajpm.v14i1.10990

Media. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, *12*(4), 937–946. https://doi.org/10.31980/mosharafa.v12i4.1203

Putra, D. P. W., Nugraha, A. S., & Rudhito, M. A. (2023). Desain Aktivitas Pembelajaran Geometri Berbasis Automated Reasoning Tools dengan Geogebra. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, *11*(1), 13-23. https://doi.org/10.20527/edumat.v11i1.15016

Rizal, R., Rusdiana, D., Setiawan, W., & Siahaan, P. (2021). Development of a problem-based learning management system-supported smartphone (PBLMS3) application using the ADDIE model to improve digital literacy. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, *20*(11), 115-131. https://doi.org/10.26803/ijlter.20.11.7

Rosyidi, A. H., Sari, Y. M., Fardah, D. K., & Masriyah, M. (2024). Designing mathematics problem-solving assessment with GeoGebra Classroom: proving the instrument validity. *Journal of Education and Learning (EduLearn)*, *18*(3), 1030–1038. https://doi.org/10.11591/edulearn.v18i3.21191

Sartono, Triswandari, R., Nisa, S., Safitri, S., Ariani, Y., Zainil, M., & Helsa, Y. (2024). Analysis of Students' Learning Loss in Math in Padang City, Indonesia. *Mathematics Education Journal*, 18(3), 431–446. https://doi.org/10.22342/jpm.v18i3.pp431-446

Siregar, I. (2018). Masalah Pembelajaran Pembuktian Matematika bagi Mahasiswa di Indonesia. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, *5*(3), 315-324. https://doi.org/10.31980/mosharafa.v5i3.286

Sugiyono. (2017). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan Kombinasi (Mixed Methods) (9th ed)*. Alfabeta: Bandung.

Yuliani, S., & Hartanto, D. (2019). *Statistik Riset Pendidikan; Dilengkapi Analisis SPSS*. Cahaya Firdaus Publishing and Printing.